§5.

5.1. Số cách chọn là C_{10}^2. Kí hiệu A_k là biến cố : " Trong hai người đã chọn, có đúng k nữ ", $k = 0, 1, 2$.

a) Cần tính $P(A_2)$. Ta có $P(A_2) = \dfrac{n(A_2)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_3^2}{C_{10}^2} = \dfrac{3}{45} = \dfrac{1}{15}$;

b) Tương tự, $P(A_0) = \dfrac{C_7^2}{C_{10}^2} = \dfrac{21}{45} = \dfrac{7}{15}$.

c) $$P(\overline{A_0}) = 1 - P(A_0) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}.$$

d) $$P(A_1) = \frac{C_7^1 C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}.$$

5.2. Rõ ràng trong hộp có 30 quả với 15 quả ghi số chẵn, 10 quả màu đỏ, 5 quả màu đỏ ghi số chẵn, 25 quả màu xanh hoặc ghi số lẻ. Vậy theo định nghĩa

a) $P(A) = \dfrac{15}{30} = \dfrac{1}{2}$; b) $P(B) = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$;

c) $P(C) = \dfrac{5}{30} = \dfrac{1}{6}$; d) $P(D) = \dfrac{25}{30} = \dfrac{5}{6}$;

trong đó A, B, C, D là các biến cố tương ứng với các câu a), b), c), d).

5.3. Số cách xếp quanh bàn tròn là $n(\Omega) = 9!$.

Kí hiệu A là biến cố : "Nam nữ ngồi xen kẽ nhau".

Ta có $n(A) = 4!\,5!$ và $P(A) = \dfrac{4!5!}{9!} \approx 0{,}008.$

5.4. Không gian mẫu $\Omega = \{(b, c) : 1 \le b, c \le 6\}$. Kí hiệu A, B, C là các biến cố cần tìm xác suất ứng với các câu a), b), c). Ta có $\Delta = b^2 - 4c$.

a) $A = \{(b, c) \in \Omega \mid b^2 - 4c < 0\}$

$= \{(1, 1), (1, 2), ..., (1, 6), (2, 2), ... (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6)\}.$

$n(A) = 6 + 5 + 4 + 2 = 17, \quad P(A) = \dfrac{17}{36}.$

b) $B = \{(b, c) \in \Omega \mid b^2 - 4c = 0\}$

$= \{(2, 1), (4, 4)\}.$

Từ đó $P(B) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}.$

c) $C = \overline{A}$. Vậy $P(C) = 1 - \dfrac{17}{36} = \dfrac{19}{36}.$

5.5. Kí hiệu A là biến cố : "Quả lấy ra màu đỏ" ;

B là biến cố "Quả lấy ra ghi số chẵn".

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, ..., 10\}$;

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$

Từ đó $P(A) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}.$

Tiếp theo, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ và $A \cap B = \{2, 4, 6\}$. Do đó

$$P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2},\ P(AB) = \frac{3}{10}.$$

Ta thấy $P(AB) = \dfrac{3}{10} = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{1}{2} = P(A)P(B)$, vậy A và B độc lập.

5.6. Rõ ràng $\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\}$.

Kí hiệu A_1 : "Lần đầu xuất hiện mặt 1 chấm" ;

B_1 : "Lần thứ hai xuất hiện mặt 1 chấm" ;

C : "Tổng số chấm là 6" ;

D : "Mặt 1 chấm xuất hiện ít nhất một lần" ;

a) Ta có $C = \{(1\ ,5), (5\ ,1), (2\ ,4), (4\ ,2), (3\ ,3)\}$, $P(C) = \dfrac{5}{36}$.

b) Ta có A_1, B_1 độc lập và $D = A_1 \cup B_1$ nên

$$P(D) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1B_1)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36}.$$

5.7. Kí hiệu A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố : "Học sinh được chọn từ khối I trượt Toán, Lí, Hoá" ; B_1, B_2, B_3 lần lượt là các biến cố : "Học sinh được chọn từ khối II trượt Toán, Lí, Hoá". Rõ ràng với mọi (i, j), các biến cố A_i và B_j độc lập.

a) Cần tính $P(A_1B_1)$. Ta có $P(A_1B_1) = P(A_1)P(B_1) = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{16}$.

b) Xác suất cần tính là $P\left((A_1 \cup A_2 \cup A_3) \cap (B_1 \cup B_2 \cup B_3)\right)$

$$= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3).P(B_1 \cup B_2 \cup B_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

c) Đặt $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$. Cần tính $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$. Do $\overline{A}$ và $\overline{B}$ độc lập, ta có $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right)P\left(\overline{B}\right) = [1 - P(A)]^2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$.

d) Cần tính $P(A \cup B)$.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

5.8. a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$

$= 0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}18 = 0{,}72$.

b) $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 1 - P(AB) = 1 - 0{,}18 = 0{,}82$.

5.9. Kí hiệu A_k : "Lần thứ k lấy được con át", $k \geq 1$. Rõ ràng A_1, A_2 độc lập.

a) Ta cần tính $P(\overline{A}_1 \cap A_2)$. Ta có $P(\overline{A}_1 \cap A_2) = P\left(\overline{A}_1\right)P\left(A_2\right) = \frac{48}{52} \cdot \frac{4}{52}$.

b) Theo bài ra cần tính

$$P(A_1) + P(\overline{A}_1 \cap A_2) =$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{48}{52} \cdot \frac{4}{52} \approx 0,15.$$