Bài tập ôn chương II

1. Không gian mẫu gồm các hoán vị của 6 người. Vậy $n(\Omega) = 6!$.

Kí hiệu A là biến cố : "Đứa bé được xếp giữa hai người đàn bà" ;

B là biến cố : "Đứa bé được xếp giữa hai người đàn ông".

a) Để tạo nên một cách xếp mà đứa bé được xếp giữa hai người đàn bà, ta tiến hành như sau :

– Xếp đứa bé ngồi vào ghế thứ hai đến ghế thứ năm. Có 4 cách.

– Ứng với mỗi cách xếp đứa bé, có 2 cách xếp hai người đàn bà.

– Khi đã xếp hai người đàn bà và đứa bé, xếp ba người đàn ông vào các chỗ còn lại. Có 3! cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $n(A) = 4.2.3! = 48$.

Từ đó $$P(A) = \frac{48}{6!} = \frac{1}{15}.$$

b) Để tạo nên một cách xếp mà đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông, ta tiến hành như sau :

– Xếp đứa bé vào các ghế thứ hai đến thứ năm. Có 4 cách.

– Chọn hai trong số ba người đàn ông. Có $C_3^2 = 3$ cách.

– Xếp hai người đàn ông ngồi hai bên đứa bé. Có 2 cách.

– Xếp ba người còn lại vào ba chỗ còn lại. Có 3! cách. Theo quy tắc nhân, ta có

$$n(B) = 4\ .\ C_3^2\ .\ 2\ .\ 3! = 144.$$

Vậy $\qquad P(B) = \dfrac{144}{6!} = \dfrac{1}{5}.$

2. Số cách xếp 6 người quanh bàn tròn là 5!. Vậy không gian mẫu có 5! = 120 phần tử.

a) Tính $n(A)$:

– Có 1 cách xếp đứa bé ;

– Có 2 cách xếp hai người đàn bà ngồi hai bên đứa bé ;

– Có 3! cách xếp ba người đàn ông.

Vậy $\qquad n(A) = 2 \,.\, 3! = 12.$

Từ đó $\qquad P(A) = \dfrac{12}{120} = \dfrac{1}{10}.$

b) Tương tự

$$n(B) = 1 \,.\, C_3^2 \,.\, 2 \,.\, 3! = 36.$$

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}.$$

3. Chọn 4 người để xếp vào 4 ghế ở dãy đầu : có A_7^4 cách. Còn lại 3 người xếp vào 3 ghế ở dãy sau : có 3! cách.

Vậy có tất cả $A_7^4 .3! = 5040$ cách xếp.

4. HD. Dùng công thức tính số tổ hợp.

5. Số cách rút ra 13 con bài là C_{52}^{13}. Như vậy $n(\Omega) = C_{52}^{13}$.

Kí hiệu A : "Trong 13 con bài có 4 con pích, 3 con rô, 3 con cơ và 3 con nhép".

Ta có $\qquad n(A) = C_{13}^4 .C_9^3 .C_6^3 = \dfrac{13!}{4!(3!)^3} \cdot$

Vậy $\qquad P(A) = \dfrac{13!}{4!(3!)^3 .C_{52}^{13}} \approx 0{,}000\,002.$

6. a) Vì $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ nên

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)+P(B)} = \frac{P(A)+P(B)-P(A \cup B)}{P(A)+P(B)} = 1 - a.$$

b) Vì $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \le P(A) + P(B)$

nên $$a = \frac{P(A \cup B)}{P(A)+P(B)} \le 1. \qquad (1)$$

Mặt khác, $2P(A \cup B) = P(A \cup B) + P(A \cup B) \ge P(A) + P(B)$.

Vậy $$a = \frac{P(A \cup B)}{P(A)+P(B)} \ge \frac{1}{2}.$$

Kết hợp với (1), ta có $\frac{1}{2} \le a \le 1$.

7. Kí hiệu A : "Quả lấy từ hộp thứ nhất màu đỏ" ;

B : "Quả lấy từ hộp thứ hai màu đỏ".

Ta thấy A và B độc lập.

a) Cần tính $P(A \cap B)$. Ta có $P(A \cap B) = P(A)\,P(B) = \frac{3}{5}.\frac{4}{10} = 0{,}24$.

b) Cần tính xác suất của $C = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$.

Do tính xung khắc và độc lập của các biến cố, ta có

$$P(C) = P(A)\,P(B) + P\left(\overline{A}\right)P\left(\overline{B}\right)$$

$$= \frac{3}{5}.\frac{4}{10} + \frac{2}{5}.\frac{6}{10} = 0{,}48.$$

c) Cần tính $P(\overline{C})$. Ta có $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0{,}48 = 0{,}52$.

8. a) Ω gồm $C_5^3 = 10$ bộ ba đoạn thẳng khác nhau trong số năm đoạn thẳng đã cho.

$\Omega = \{(3, 5, 7) ; (3, 7, 9) ; (3, 9, 11) ; (5, 7, 9) ; (5, 7, 11) ;$
$(3, 5, 9) ; (3, 5, 11) ; (3, 7, 11) ; (5, 9, 11) ; (7, 9, 11)\}$.

b) A gồm các bộ có tổng của hai số lớn hơn số còn lại.

$A = \{(3, 5, 7) ; (3, 7, 9) ; (3, 9, 11) ; (5, 7, 9) ; (5, 7, 11) ; (5, 9, 11) ; (7, 9, 11)\}$.

Ta có $n(A) = 7$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{10} = 0{,}7$.