

§3

MẶT TRỤ, HÌNH TRỤ VÀ KHỐI TRỤ

I – MỤC TIÊU

Làm cho học sinh :

- Hiểu được định nghĩa của mặt trụ, phân biệt được ba khái niệm : mặt trụ, hình trụ và khối trụ. Xác định được giao của mặt trụ với một mặt phẳng vuông góc hoặc song song với trục của mặt trụ.
- Nhớ công thức tính thể tích của khối trụ, diện tích xung quanh của hình trụ và vận dụng vào các bài tập.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

- Mặt trụ dưới dạng tổng quát có thể định nghĩa như sau : cho một đường (L) nằm trong mặt phẳng (P) và f là một phép chiếu song song lên (P). Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho $f(M) \in (L)$ được gọi là một mặt trụ có đường chuẩn là (L). Các đường thẳng d mà $f(d)$ là một điểm thuộc (L) được gọi là các đường sinh của mặt trụ đó.

Khi (L) là đường tròn và f là phép chiếu vuông góc thì mặt trụ trở thành mặt trụ tròn xoay. Vậy có thể có nhiều cách định nghĩa mặt trụ tròn xoay. Ví dụ :

+ Mặt trụ tròn xoay là tập hợp \mathcal{H} gồm các điểm (trong không gian) sao cho có một mặt phẳng (P) mà hình chiếu vuông góc của \mathcal{H} trên (P) là một đường tròn.

- + Mặt trụ tròn xoay là hình tạo bởi các tiếp tuyến của mặt cầu cho trước và song song với một đường thẳng cho trước.
- + Mặt trụ tròn xoay là hình gồm tất cả các đường thẳng song song và cách đều một đường thẳng Δ cho trước.
- + Mặt trụ tròn xoay là tập hợp các điểm cách đều một đường thẳng cố định Δ cho trước.
- + Mặt trụ tròn xoay là mặt tròn xoay sinh bởi một đường thẳng d khi quay quanh đường thẳng cố định Δ song song với d .

SGK đã dùng định nghĩa cuối cùng vì chúng tôi cho là đơn giản nhất và về mặt hình thức, nó là trường hợp riêng của định nghĩa mặt tròn xoay nói chung.

- Nội dung kiến thức của bài học không có gì phức tạp. Tuy nhiên cần làm cho học sinh phân biệt giữa mặt trụ, hình trụ và khối trụ, hiểu rõ khái niệm về trực, đường sinh và bán kính của mặt trụ.
- Định nghĩa về thể tích và diện tích xung quanh của khối trụ khá đơn giản vì học sinh đã biết về thể tích và diện tích xung quanh của khối lăng trụ đều nội tiếp khối trụ. Từ đó, ta suy ra ngay các công thức mà học sinh đã phải thừa nhận ở lớp 9.

III. TRẢ LỜI ? VÀ HƯỚNG DẪN HOẠT ĐỘNG



Xác định giao của mặt trụ \mathcal{T} có trực Δ , bán kính R với $mp(P)$:

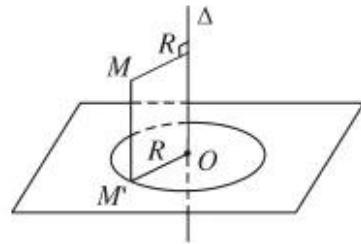
- a) (P) đi qua Δ thì giao là hai đường sinh đối xứng với nhau qua Δ .
- b) $(P) \parallel \Delta$. Khi đó gọi d là khoảng cách giữa Δ và (P) , ta có :
 - + Nếu $d > R$ thì giao là tập rỗng ;
 - + Nếu $d = R$ thì giao là một đường sinh ;
 - + Nếu $0 < d < R$ thì giao là một cặp đường sinh ;
- c) $(P) \perp \Delta$ thì giao là đường tròn có bán kính R .

IV. TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ GIẢI BÀI TẬP

- Xét mặt tròn xoay \mathcal{H} có trực là Δ . Mọi mặt phẳng (P) đi qua Δ đều là mặt phẳng đối xứng của \mathcal{H} . Thật vậy, nếu $M \in \mathcal{H}$ và M' là điểm đối xứng với M qua $mp(P)$ thì M' cũng nằm trên đường tròn (C_M) nên $M' \in \mathcal{H}$.

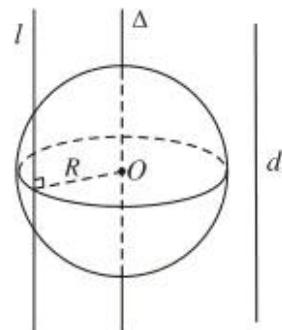
- a) Hình trụ. b) Khối trụ.

13. Gọi Δ là trục của đường tròn $(O ; R)$ (h.46). Nếu điểm M có hình chiếu M' nằm trên $(O ; R)$ thì $MM' \parallel \Delta$ và khoảng cách từ M tới Δ bằng $M'O = R$. Vậy tập hợp các điểm M như thế là mặt trụ có trục là Δ và có bán kính bằng R .



Hình 46

14. Cho mặt cầu $S(O ; R)$ và đường thẳng d (h.47). Gọi Δ là đường thẳng đi qua O và song song với d . Nếu l là tiếp tuyến của mặt cầu và $l \parallel d$ thì $l \parallel \Delta$ và l cách Δ một khoảng không đổi R . Vậy l nằm trên mặt trụ có trục là Δ và có bán kính bằng R .



Hình 47

15. Từ giả thiết ta suy ra hình trụ có bán kính đáy bằng R và đường sinh bằng $2R$. Từ đó suy ra :

$$a) S_{xq} = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2;$$

$$S_{TP} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 4\pi R^2 + 2\pi R^2 = 6\pi R^2.$$

$$b) V = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3.$$

c) Hình lăng trụ tứ giác đều nội tiếp \mathcal{T} là hình lăng trụ đứng có cạnh bên bằng $2R$ và có đáy là hình vuông cạnh $R\sqrt{2}$ nên có thể tích

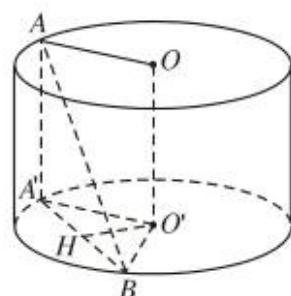
$$V_{LT} = 2R^2 \cdot 2R = 4R^3.$$

16. a) $S_{xq} = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\sqrt{3}\pi R^2 + 2\pi R^2 = 2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2.$$

$$b) V = \pi R^2 \cdot R\sqrt{3} = \sqrt{3}\pi R^3.$$

- c) Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy (h.48). Theo giả thiết, $OA = O'B = R$. Gọi AA' là đường sinh của hình trụ thì $O'A' = R$, $AA' = R\sqrt{3}$ và góc $\widehat{BAA'}$ bằng 30° . Vì $OO' \parallel mp(ABA')$ nên khoảng cách giữa OO' và AB bằng khoảng cách giữa OO' và $mp(ABA')$. Gọi H là trung điểm BA' thì khoảng cách đó bằng $O'H$.



Hình 48

Tam giác $BA'A$ vuông tại A' nên

$$BA' = AA' \tan 30^\circ = R\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = R.$$

Như vậy, $BA'O'$ là tam giác đều và do đó $O'H = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.