

ÔN TẬP CHƯƠNG I

I – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

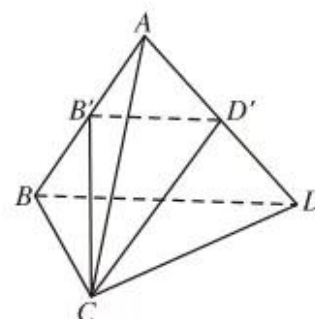
1. Để chuẩn bị tốt cho tiết ôn tập, yêu cầu học sinh ở nhà ôn lại những kiến thức cần nhớ trong chương, tự mình trả lời các câu hỏi tự kiểm tra và làm các bài ôn tập trong SGK.
2. Trong tiết ôn tập, giáo viên chữa một số bài tập của phần ôn tập để qua đó củng cố kiến thức và rèn kĩ năng giải toán cho học sinh. Không cần phải chữa hết bài tập.
3. Cho học sinh làm bài kiểm tra 45 phút.

II – HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP

1. Mặt phẳng $(CB'D')$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối chóp : $C.AB'D'$ và $C.BDD'B'$ (h.26). Hai khối chóp $C.AB'D'$ và $C.ABD$ có chiều cao bằng nhau, ngoài ra dễ thấy rằng

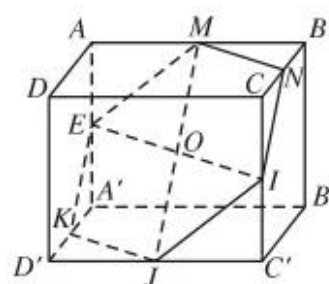
$$S_{AB'D'} = \frac{1}{4} S_{ABD}.$$

Suy ra $V_{C.AB'D'} = \frac{1}{4} V$ và do đó $V_{C.BDD'B'} = \frac{3}{4} V$.



Hình 26

2. Gọi M, N, I, J, K, E lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, CC', C'D', D'A', A'A$ của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, còn O là giao điểm của các đường chéo của khối hộp (h.27). Để thấy rằng ba đường thẳng MN, EI và KJ đôi một song song và chúng lần lượt đi qua ba điểm thẳng hàng M, O, J nên ba đường thẳng đó đồng phẳng. Vậy sáu điểm M, N, I, J, K, E cùng nằm trên một mặt phẳng mà ta kí hiệu là (α) .



Hình 27

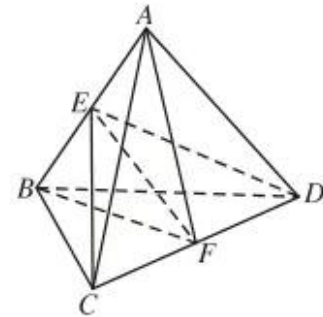
Mặt phẳng (α) chia khối hộp thành hai khối đa diện, khối thứ nhất có các đỉnh là $M, N, I, J, K, E, A, C, D, D'$, khối thứ hai có các đỉnh là $M, N, I, J,$

K, E, C', A', B, B' . Phép đối xứng qua điểm O biến tập hợp đỉnh của khối đa diện thứ nhất thành tập hợp đỉnh của khối đa diện thứ hai. Suy ra hai khối đa diện đó bằng nhau và do đó có thể tích bằng nhau.

3. (h.28) a) Hai mặt phẳng (ABF) và (CDE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành bốn khối tứ diện : $ADEF, ACEF, BDEF$ và $BCEF$.

b) Mặt phẳng (ABF) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối tứ diện $ABCF$ và $ABDF$ có thể tích bằng nhau (vì F là trung điểm của CD). Mặt phẳng (CDE) lại chia mỗi khối tứ diện $ABCF$ và $ABDF$ thành hai khối tứ diện có thể tích bằng nhau (vì E là trung điểm của AB). Tóm lại, bốn khối tứ diện trong câu a) có thể tích bằng nhau.

c) Nếu $ABCD$ là tứ diện đều thì nó nhận mp (ABF) và mp (CDE) làm các mặt phẳng đối xứng và phép đối xứng qua đường thẳng EF biến tứ diện $ADEF$ thành tứ diện $BCEF$. Từ đó suy ra :



Hình 28

Khối tứ diện $ADEF$ bằng khối tứ diện $ACEF$ (vì chúng đối xứng với nhau qua mp (ABF)).

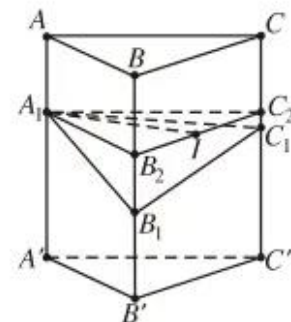
Khối tứ diện $ADEF$ bằng khối tứ diện $BDEF$ (vì chúng đối xứng với nhau qua mp (CDE)).

Khối tứ diện $ADEF$ bằng khối tứ diện $BCEF$ (vì phép đối xứng qua trục EF biến tứ diện này thành tứ diện kia).

4. (h.29)

a) Cách 1. Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABC.A_1B_1C_1} &= V_{A_1.ABC} + V_{A_1.BCC_1B_1} \\ &= \frac{1}{3}aS + \frac{1}{3}S_{BCC_1B_1} \cdot d(A_1, (BCC_1B_1)) \\ &= \frac{1}{3}aS + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(b+c) \cdot BC \cdot d(A, BC) \\ &= \frac{1}{3}aS + \frac{1}{3}(b+c)S = \frac{1}{3}(a+b+c)S. \end{aligned}$$



Hình 29

$$\begin{aligned}
V_{A_1B_1C_1A'B'C'} &= V_{ABC.A'B'C'} - V_{ABCA_1B_1C_1} \\
&= Sh - \frac{1}{3}(a+b+c).S \\
&= \frac{1}{3}[(h-a) + (h-b) + (h-c)].S.
\end{aligned}$$

Cách 2. Giả sử $a \leq b \leq c$. Qua A_1 dựng một mặt phẳng song song với mp(ABC), cắt BB' và CC' tại B_2 và C_2 . Khi đó $BB_2 = CC_2 = AA_1 = a$.

Ta có :

$$V_{ABC.A_1B_2C_2} = S.a \quad (1)$$

Kẻ $A_1I \perp B_2C_2$ thì $A_1I \perp \text{mp}(BCC')$, do đó A_1I là đường cao của hình chóp $A_1.B_1C_1C_2B_2$. Đáy của hình chóp đó là hình thang vuông $B_1C_1C_2B_2$ nên có diện tích

$$\begin{aligned}
S_{B_1C_1C_2B_2} &= \frac{1}{2}(B_1B_2 + C_1C_2).BC \\
&= \frac{1}{2}[(b-a) + (c-a)]BC \\
&= \frac{1}{2}(b+c-2a).BC.
\end{aligned}$$

Từ đó suy ra thể tích của khối chóp $A_1.B_1C_1C_2B_2$ là :

$$V_{A_1.B_1C_1C_2B_2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(b+c-2a).BC.A_1I = \frac{1}{3}(b+c-2a).S. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra :

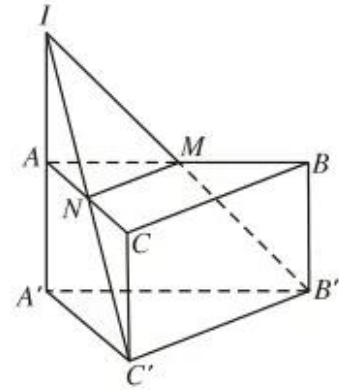
$$\begin{aligned}
V_{ABCA_1B_1C_1} &= V_{ABC.A_1B_2C_2} + V_{A_1.B_1C_1C_2B_2} \\
&= S.a + \frac{1}{3}(b+c-2a)S \\
&= \frac{1}{3}(a+b+c)S.
\end{aligned}$$

b) $V_{ABCA_1B_1C_1} = V_{A_1B_1C_1A'B'C'}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(a+b+c)S = \frac{1}{2}Sh$$

$$\Leftrightarrow 2(a+b+c) = 3h.$$

5. Gọi I là giao điểm của đường thẳng MB' và đường thẳng AA' , N là giao điểm của IC' và AC (h.30). Thiết diện của khối lăng trụ khi cắt bởi mp($B'C'M$) là hình thang cân $B'C'NM$. Mặt phẳng ($B'C'M$) chia khối lăng trụ thành hai phần, gọi V_1 là thể tích của phần chứa cạnh AA' và V_2 là thể tích phần còn lại.



Hình 30

Giả sử khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy là S và chiều cao $AA' = h$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{AMN.A'B'C'} = V_{I.A'B'C'} - V_{I.AMN} = \frac{1}{3}S_{A'B'C'}.IA' - \frac{1}{3}S_{AMN}.IA \\ &= \frac{1}{3}S.2h - \frac{1}{3} \frac{S}{4}.h = \frac{7}{12}Sh = \frac{7}{12}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{12}(V_1 + V_2). \end{aligned}$$

Từ đó suy ra : $12V_1 = 7(V_1 + V_2)$ hay $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

6. (h.31)

a) $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AB.BC.SA = \frac{a^3}{6}$.

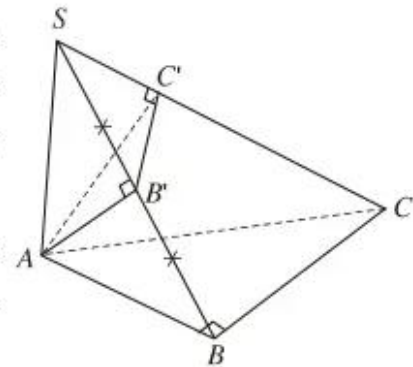
b) Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp mp(SAB)$, do đó $AB' \perp BC$. Ngoài ra $AB' \perp SB$ nên $AB' \perp SC$. Nhưng theo giả thiết $AC' \perp SC$, vậy $SC \perp mp(AB'C')$.

c) Cách 1. Khối chóp $S.AB'C'$ có đường cao SC' và có đáy là tam giác $AB'C'$ vuông tại B' . Ta có :

$$SC^2 = SA^2 + AB^2 + BC^2 = 3a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{3}.$$

$$AB' = SB' = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SC' = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$B'C'^2 = SB'^2 - SC'^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{6} \Rightarrow B'C' = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$



Hình 31

Vậy :

$$V_{S.AB'C'} = \frac{1}{6} AB'.B'C'.SC' = \frac{1}{6} \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a^3}{36}.$$

Cách 2. Ta có :

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{1}{2} ; \quad \frac{SC'}{SC} = \frac{SC'.SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{1}{3}.$$

Từ đó suy ra

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Vì } V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6} \text{ nên } V_{S.AB'C'} = \frac{a^3}{36}.$$

Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm

1. (C), 2. (D), 3. (D), 4. (B), 5. (D), 6. (D), 7. (C), 8. (C), 9. (D), 10. (D), 11. (B), 12. (C), 13. (A), 14. (D), 15. (C), 16. (C), 17. (B), 18. (D), 19. (D), 20. (B), 21. (D), 22. (A), 23. (C), 24. (A), 25. (B), 26. (C), 27. (B), 28. (B), 29. (C), 30. (A), 31. (C), 32. (D).