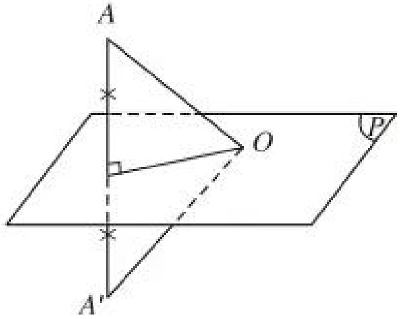
ÔN TẬP CHƯƠNG II

I – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

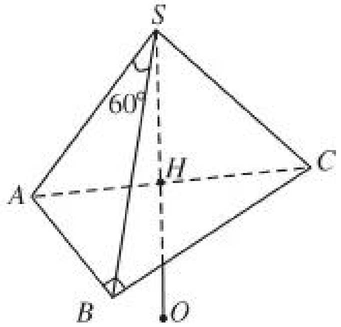
1. Vì chỉ có 2 tiết ôn tập chương nên cần yêu cầu học sinh chuẩn bị ôn tập chu đáo ở nhà theo hướng dẫn trong SGK.
2. Nên lựa chọn 4 hoặc 5 bài tập ôn tập để chữa trên lớp, thông qua đó mà củng cố kiến thức và rèn kĩ năng cho học sinh.
3. Cho học sinh làm bài kiểm tra 45 phút.

II – HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP



Hình 56

1. Giả sử (S) là mặt cầu đi qua A và có tâm O nằm trên (P) (h.56). Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) thì $OA' = OA$ nên mặt cầu (S) cũng đi qua A'. Vậy mặt cầu (S) luôn đi qua hai điểm cố định A và A'.



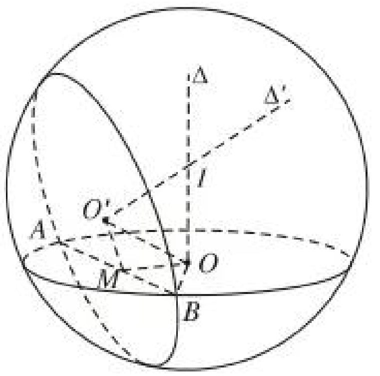
Hình 57

2. (h.57) Từ giả thiết đã cho, ta suy ra $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $AC = a\sqrt{3}$. Như vậy tam giác ABC vuông ở B. Gọi SH là đường cao của hình chóp thì do $SA = SB = SC$ nên $HA = HB = HC$ và do đó H chính là trung điểm của cạnh AC. Gọi O là điểm đối xứng với S qua điểm H thì dễ thấy $OS = OA = OC = OB = a$. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có tâm O và có bán kính $R = a$.

3. (h.58)

a) Gọi M là trung điểm của AB thì $OM \perp AB$, $O'M \perp AB$. Do (P) và (P') phân biệt nên ba điểm O, M, O' không thẳng hàng. Từ đó $AB \perp$ mp(OMO'). (1)

Gọi Δ và Δ' lần lượt là trục của đường tròn $C(O\ ;\ r)$ và $C'(O'\ ;\ r')$ thì Δ và Δ' cùng vuông góc với AB. (2)



Hình 58

Từ (1) và (2) suy ra Δ và Δ' cùng nằm trong mp(OMO'). Δ và Δ' cắt nhau tại một điểm, giả sử là I. Khi ấy, mặt cầu $(\mathscr{C})$ có tâm I và bán kính $R = IB$ là mặt cầu phải tìm.

b) Dễ thấy $OM = 4$, $O'M = 1$. Xét tam giác OMO', ta có

$$OO'^2 = OM^2 + O'M^2 - 2OM.O'M.\cos\widehat{OMO'},$$

tức là $21 = 16 + 1 - 2.4.1.\cos\widehat{OMO'}$,

suy ra $\cos\widehat{OMO'} = -\dfrac{1}{2}$.

Từ đó $\widehat{OMO'} = 120^\circ$ và $\widehat{OIO'} = 60^\circ$.

Tương tự, $\cos\widehat{MO'O} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$, do đó $\sin\widehat{OO'I} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Xét tam giác OIO', ta có

$$\frac{OI}{\sin\widehat{OO'I}} = \frac{OO'}{\sin\widehat{OIO'}} \Leftrightarrow \frac{OI}{\frac{\sqrt{21}}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow OI = 2\sqrt{3}.$$

Như vậy $R^2 = IB^2 = OB^2 + OI^2 = 25 + 12 = 37$, tức là $R = \sqrt{37}$.

4. Theo giả thiết, hình nón $\mathscr{N}$ có bán kính đáy $r = \dfrac{a}{2}$, có chiều cao $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, và có đường sinh $l = a$. Vậy nó có diện tích toàn phần S và thể tích V là :

$$S = \pi rl + \pi r^2 = \pi\frac{a^2}{2} + \pi\frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}\pi a^2\ ;$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}.$$

a) Nếu mặt cầu bán kính R có diện tích bằng diện tích toàn phần S của hình nón thì : $4\pi R^2 = \dfrac{3}{4}\pi a^2$.

Suy ra $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

b) Nếu khối cầu bán kính R có thể tích bằng thể tích V của hình nón thì :

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}.$$

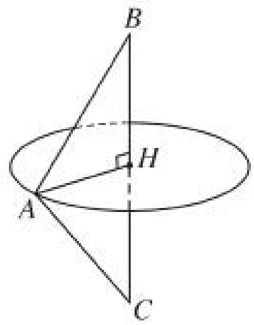
Suy ra $$R = \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}a.$$

5. a) Khi quay tam giác ABC quanh AB, ta được khối nón có chiều cao c và bán kính đáy là b nên nó có thể tích : $V_1 = \frac{1}{3}\pi cb^2$.

Khi quay tam giác ABC quanh AC, ta được khối nón có chiều cao b và bán kính đáy là c nên có thể tích : $V_2 = \frac{1}{3}\pi bc^2$.

Gọi AH là đường cao của tam giác ABC (h.59). Khi quay tam giác ABC quanh BC, ta được hai khối nón sinh bởi hai tam giác ABH và ACH khi quay quanh BC. Bởi vậy ta có :

$$V_3 = \frac{1}{3}\pi.AH^2.BH + \frac{1}{3}\pi.AH^2.CH = \frac{1}{3}\pi.AH^2.BC.$$



Hình 59

Vì $AH = \frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$

và $BC = \sqrt{b^2+c^2}$ nên

$$V_3 = \frac{1}{3}\frac{\pi b^2c^2}{\sqrt{b^2+c^2}}.$$

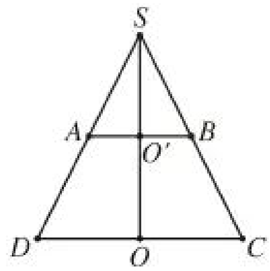
b) Ta có $\frac{1}{V_3^2} = \frac{9(b^2+c^2)}{\pi^2b^4c^4}$

$$= \frac{9b^2}{\pi^2b^4c^4} + \frac{9c^2}{\pi^2b^4c^4}$$

$$= \left(\frac{3}{\pi c^2b}\right)^2 + \left(\frac{3}{\pi b^2c}\right)^2 = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_1^2}.$$

6. Gọi S là giao điểm của hai cạnh bên AD và BC của hình thang (h.60). Đường cao SO của tam giác cân SCD là trục đối xứng của hình thang, do đó SO cắt AB tại trung điểm O' của AB.

Khi quay quanh SO, tam giác SCD sinh ra khối nón $\mathfrak{N}_1$ có thể tích V_1, tam giác SAB sinh ra khối nón $\mathfrak{N}_2$ có thể tích V_2, còn hình thang $ABCD$ sinh ra một khối tròn xoay $\mathscr{H}$ có thể tích $V = V_1 - V_2$.



Hình 60

Vậy $$V = \frac{1}{3}\pi.OC^2.SO - \frac{1}{3}\pi.O'B^2.SO'$$
$$= \frac{1}{3}\pi.4a^2.SO - \frac{1}{3}\pi a^2.SO'$$
$$= \frac{1}{3}\pi a^2(4SO - SO').$$

Chú ý rằng AB là đường trung bình của tam giác SCD nên $SB = 3a$ và do đó
$$SO' = \sqrt{SB^2 - O'B^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a \text{ và } SO = 2SO' = 4\sqrt{2}a.$$

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi a^2\left(16\sqrt{2}a - 2\sqrt{2}a\right) = \frac{14\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của khối nón $\mathcal{N}_1$ và $\mathcal{N}_2$ thì diện tích xung quanh của khối tròn xoay $\mathcal{H}$ là
$$S_{xq} = S_1 - S_2 = \pi.OC.SC - \pi.O'B.SB = 9\pi a^2.$$

Cộng thêm diện tích của hai hình tròn đáy của $\mathcal{H}$, ta được diện tích toàn phần của $\mathcal{H}$ là
$$S_{tp} = 9\pi a^2 + \pi a^2 + 4\pi a^2 = 14\pi a^2.$$

Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm

1. (D), **2.** (B), **3.** (A), **4.** (D), **5.** (B), **6.** (B), **7.** (D), **8.** (C), **9.** (D), **10.** (D), **11.** (C), **12.** (C), **13.** (A), **14.** (D), **15.** (A), **16.** (A), **17.** (D), **18.** (A), **19.** (A), **20.** (A), **21.** (A), **22.** (A), **23.** (A), **24.** (D), **25.** (B), **26.** (B).