ÔN TẬP CHƯƠNG III

I – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Cần hướng dẫn học sinh chuẩn bị ôn tập ở nhà. Cụ thể : hệ thống lại các kiến thức cần nhớ ở cuối chương, tự mình trả lời các câu hỏi tự kiểm tra và làm các bài ôn tập.
2. Tuỳ theo tình hình cụ thể của mỗi lớp, thầy giáo chọn một số bài tập để chữa tại lớp, các bài khác cho học sinh nêu phương pháp giải.
3. Cho học sinh làm bài kiểm tra 45 phút.

II – HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP

1. a) $\overrightarrow{AB} = (3\,;-6\,;4)$, $\overrightarrow{AC} = (4\,;-6\,;2)$, $\overrightarrow{AD} = (4\,;-5\,;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix}-6 & 4\\ -6 & 2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}4 & 3\\ 2 & 4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3 & -6\\ 4 & -6\end{vmatrix}\right) = (12\,;10\,;6)$;

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 12.4 - 5.10 + 6.1 = 4 \neq 0.$$

Vậy A, B, C, D không đồng phẳng, suy ra $ABCD$ là hình tứ diện.

b) $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

c) $\overrightarrow{BC} = (1\,;0\,;-2)$, $\overrightarrow{BD} = (1\,;1\,;-3)$.

Ta gọi $\vec{n} = \left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right] = \left(\begin{vmatrix}0 & -2\\ 1 & -3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-2 & 1\\ -3 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}\right) = (2\,;1\,;1)$.

Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(4\,;\,0\,;\,6)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ nên có phương trình :

$$2(x-4) + 1(y-0) + 1(z-6) = 0 \quad \text{hay} \quad 2x + y + z - 14 = 0.$$

d) Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mp(BCD) có bán kính R bằng khoảng cách từ A tới mp(BCD) nên

$$R = \frac{|2.1 + 1.6 + 1.2 - 14|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy mặt cầu có phương trình :

$$(x-1)^2+(y-6)^2+(z-2)^2=\frac{8}{3}.$$

Gọi H là tiếp điểm thì AH là đường thẳng đi qua A, vuông góc với mp(BCD) nên có vectơ chỉ phương là $\vec{n}(2;1;1)$. Vậy AH có phương trình :

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=6+t \\ z=2+t. \end{cases}$$

Từ đó, kết hợp với phương trình của mp(BCD), ta suy ra toạ độ của điểm H ứng với $t=\frac{2}{3}$, tức là

$$H=\left(\frac{7}{3};\frac{20}{3};\frac{8}{3}\right).$$

2. a) Điểm $A'(x_0;y_0;z_0)$ đối xứng với điểm A qua mp(P) khi và chỉ khi $\overrightarrow{AA'}$ là vectơ pháp tuyến của (P) và trung điểm I của AA' nằm trên (P).

Ta có $\overrightarrow{AA'}=(x_0-1;y_0+1;z_0+2)$

và $I=\left(\frac{x_0+1}{2};\frac{y_0-1}{2};\frac{z_0-2}{2}\right).$

Vậy các điều kiện đó là :

$$\frac{x_0-1}{1}=\frac{y_0+1}{-2}=\frac{z_0+2}{3}$$

và $$\frac{x_0+1}{2}-2\left(\frac{y_0-1}{2}\right)+3\left(\frac{z_0-2}{2}\right)-5=0.$$

Từ đó ta tìm được toạ độ của điểm A' là $A'=\left(\frac{15}{7};-\frac{23}{7};\frac{10}{7}\right).$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;3)$ và mp(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(1;-2;3)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mp(P), ta có

$$\sin\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{n_P}\right|},\ \text{với } 0^\circ\le\varphi\le 90^\circ.$$

Vậy $\qquad \sin\varphi = \dfrac{|2-4+9|}{\sqrt{17}.\sqrt{14}} = \dfrac{7}{\sqrt{238}}$ với $0^o \le \varphi \le 90^o$.

c) Nếu $\overrightarrow{n_Q}$ là vectơ pháp tuyến của mp(Q) thì $\overrightarrow{n_Q}$ phải vuông góc với cả hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{n_P}$.

Vì $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right] = (12\,;-3\,;-6)$ nên có thể lấy $\overrightarrow{n_Q} = (4\,;-1\,;-2)$.

Vậy phương trình của mp(Q) là :

$$4(x-1)-(y+1)-2(z+2)=0$$

hay $\qquad 4x-y-2z-9=0$.

d) Toạ độ của I thoả mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+2t \\ z = -2+3t \\ x-2y+3z-5=0. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta tìm được

$$I = \left(\frac{23}{7}\,;\frac{9}{7}\,;\frac{10}{7}\right).$$

Đường thẳng Δ chính là giao tuyến của mp(P) và mp(R), trong đó (R) đi qua I và vuông góc với AB.

Vì $\overrightarrow{AB} = (2\,;2\,;3)$ nên phương trình của mp(R) là :

$$2\left(x-\frac{23}{7}\right)+2\left(y-\frac{9}{7}\right)+3\left(z-\frac{10}{7}\right)=0$$

hay $\qquad 14x+14y+21z-94=0$.

Suy ra Δ có phương trình tham số là :

$$\begin{cases} x = \dfrac{23}{7}+4t \\ y = \dfrac{9}{7}-t \\ z = \dfrac{10}{7}-2t. \end{cases}$$

3. a) Đường thẳng d đi qua điểm $M_0\left(\frac{2}{3};-\frac{11}{3};0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;1;1)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua d và vuông góc với mp(P) thì $d' = (P) \cap (Q)$ là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(1;-3;1)$. Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}$ vuông góc với cả $\vec{u}$ và $\overrightarrow{n_P}$. Vì $\left[\vec{u},\overrightarrow{n_P}\right] = (4;0;-4)$ nên ta lấy $\overrightarrow{n_Q} = (1;0;-1)$. Ngoài ra, (Q) chứa đường thẳng d nên cũng đi qua điểm M_0, do đó (Q) có phương trình $x - \frac{2}{3} - z = 0$ hay $3x - 3z - 2 = 0$.

Suy ra phương trình của đường thẳng d' là

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{3} + t \\ y = -\dfrac{1}{9} + \dfrac{2}{3}t \\ z = t. \end{cases}$$

b) Gọi (R) là mặt phẳng chứa d và song song với Oz (hoặc chứa Oz), khi đó d_1 chính là giao tuyến của mp(R) và mp(P). Mặt phẳng (R) đi qua $M_0\left(\frac{2}{3};-\frac{11}{3};0\right)$ và có vectơ pháp tuyến vuông góc với cả $\vec{u}$ và $\vec{k}$ ($\vec{k}$ là vectơ chỉ phương của trục Oz). Do đó $\overrightarrow{n_R} = \left[\vec{u},\vec{k}\right] = (1;-1;0)$.

Mặt phẳng (R) có phương trình là $3x - 3y - 13 = 0$.

Suy ra d_1 có phương trình tham số là :

$$\begin{cases} x = \dfrac{13}{3} + t \\ y = t \\ z = -\dfrac{10}{3} + 2t. \end{cases}$$

c) Gọi (P') là mặt phẳng đi qua gốc toạ độ O và song song với mp(P) thì (P') có phương trình : $x - 3y + z = 0$. Giao điểm I của đường thẳng d và mp(P') có toạ độ thoả mãn hệ :

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{3} + t \\ y = -\dfrac{11}{3} + t \\ z = t \\ x - 3y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow I = \left(\frac{37}{3}\ ;\ 8\ ;\ \frac{35}{3}\right).$$

Đường thẳng đi qua O và I là đường thẳng cần tìm, nó có phương trình :

$$\frac{x}{\frac{37}{3}} = \frac{y}{8} = \frac{z}{\frac{35}{3}} \quad \text{hay} \quad \frac{x}{37} = \frac{y}{24} = \frac{z}{35}.$$

4. a) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(-2\ ;\ 2\ ;\ 0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(-1\ ;\ 1\ ;\ 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và d_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{AM_1}, \overrightarrow{u_1}\right] = (-1\ ;\ 9\ ;\ -5)$.

Vậy mp(P) có phương trình :

$$-(x + 2) + 9(y - 2) - 5z = 0 \text{ hay } x - 9y + 5z + 20 = 0.$$

b) Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(-5\ ;\ 2\ ;\ 0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(3;-1;1)$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và d_2 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{AM_2}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-2;4;10)$.

Vậy mp(Q) có phương trình :

$$-2(x + 5) + 4(y - 2) + 10z = 0 \quad \text{hay} \quad x - 2y - 5z + 9 = 0.$$

c) Đường thẳng d đi qua A, cắt cả d_1 và d_2 nên d nằm trên cả hai mặt phẳng (P) và (Q), tức là d gồm những điểm có toạ độ thoả mãn hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - 9y + 5z + 20 = 0 \\ x - 2y - 5z + 9 = 0. \end{cases}$$

Đặt $x = t$, ta được hệ tương đương :

$$\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{29}{11} + \dfrac{2}{11}t \\ z = \dfrac{41}{55} + \dfrac{7}{55}t. \end{cases}$$

Đó chính là phương trình tham số của đường thẳng d. Hai đường thẳng d và d_1 cùng nằm trong mặt phẳng (P) và có các vectơ chỉ phương không cùng phương nên cắt nhau. Hai đường thẳng d và d_2 cùng nằm trong mặt phẳng (Q) và có các vectơ chỉ phương không cùng phương nên cắt nhau.

d) Gọi h là khoảng cách từ A đến d_2, ta có :

$$h = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM_2}, \overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|} = \frac{\sqrt{4 + 16 + 100}}{\sqrt{9 + 1 + 1}} = \frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{11}}.$$

5. Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(0\,;1\,;6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;3)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $M_0'(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}(1\,;1\,;-1)$.

a) Ta có $\overrightarrow{M_0M_0'} = (1\,;-3\,;-3)$, $\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right] = (-5\,;\,4\,;-1)$, do đó

$$\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'} = -14 \neq 0.$$

Vậy hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Vì $\vec{u}.\overrightarrow{u'} = 0$ nên $d \perp d'$.

b) Gọi h là khoảng cách giữa d và d', ta có :

$$h = \frac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\right|}{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right]\right|} = \frac{14}{\sqrt{25 + 16 + 1}} = \frac{\sqrt{42}}{3}.$$

c) Đường vuông góc chung Δ của d và d' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right] = (-5\ ;\ 4\ ;-1)$. Ta viết phương trình của $mp(\Delta, d)$ và $mp(\Delta, d')$, giao của hai mặt phẳng đó chính là Δ. Vectơ pháp tuyến của $mp(\Delta, d)$ là $\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \vec{u}\right] = (14\ ;\ 14\ ;-14)$, cùng phương với vectơ $\vec{n} = (1\,;1\,;-1)$ và điểm $M_0(0\,;1\,;6)$ nằm trên d nên cũng nằm trên $mp(\Delta, d)$.

Vậy phương trình của $mp(\Delta, d)$ là :

$$(x-0)+(y-1)-(z-6)=0 \text{ hay } x+y-z+5=0.$$

Vectơ pháp tuyến của $mp(\Delta, d')$ là $\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u'}\right] = (-3\ ;-6\ ;-9)$, cùng phương với vectơ $\overrightarrow{n'} = (1\ ;\ 2\ ;\ 3)$ và điểm $M_0'(1\ ;-2\ ;\ 3)$ nằm trên d' nên cũng nằm trên $mp(\Delta, d')$. Vậy phương trình của $mp(\Delta, d')$ là

$$x-1+2(y+2)+3(z-3)=0 \quad \text{hay} \quad x+2y+3z-6=0.$$

Suy ra phương trình tham số của đường vuông góc chung là $\begin{cases} x = -16+5t \\ y = 11-4t \\ z = t. \end{cases}$

d) Giả sử đường thẳng Δ song song với Oz, cắt d và d' lần lượt tại A và B. Khi đó ta có

$$A = (t\,;1+2t\,;6+3t),\ B = (1+t'\,;-2+t'\,;3-t')$$

và $$\overrightarrow{AB} = (1+t'-t\,;-3+t'-2t\,;-3-t'-3t).$$

Vì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{k}(0\,;0\,;1)$ nên $1+t'-t = -3+t'-2t = 0$, suy ra $t=-4$ và $t'=-5$.

Vậy $A = (-4\,;-7\,;-6)$ và $\overrightarrow{AB} = (0\,;0\,;14)$.

Vậy phương trình của Δ là :

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -7 \\ z = -6+t. \end{cases}$$

6. a) Nhận xét : hai đường thẳng d và d' không song song, không trùng nhau nên để chứng minh chúng đồng phẳng, ta chứng minh chúng cắt nhau. Điểm M nằm trên d có toạ độ $(7+3t\ ;\ 2+2t\ ;\ 1-2t)$, nó nằm trên d' khi và chỉ khi

$$\frac{7+3t-1}{2}=\frac{2+2t+2}{-3}=\frac{1-2t-5}{4},$$

hệ phương trình này có nghiệm $t=-2$. Vậy hai đường thẳng d và d' cắt nhau, suy ra chúng đồng phẳng.

Mặt phẳng (P) chứa d và d' là mặt phẳng đi qua điểm $M_0(7\ ;\ 2\ ;\ 1)$ của d và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ vuông góc với vectơ chỉ phương $\vec{u}(3\ ;\ 2\ ;\ -2)$ của d và vectơ chỉ phương $\vec{u'}(2\ ;\ -3\ ;\ 4)$ của d'.

Vậy $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(2\ ;\ -16\ ;\ -13)$, do đó mp$(P)$ có phương trình

$$2(x-7)-16(y-2)-13(z-1)=0 \text{ hay } 2x-16y-13z+31=0.$$

b) Giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục toạ độ là :

$$A\left(-\frac{31}{2}\ ;\ 0\ ;\ 0\right), B\left(0\ ;\ \frac{31}{16}\ ;\ 0\right) \text{ và } C\left(0\ ;\ 0\ ;\ \frac{31}{13}\right).$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là

$$V=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.\frac{31}{2}.\frac{31}{16}.\frac{31}{13}=\frac{31^3}{2496}.$$

c) Mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ đi qua O nên có phương trình dạng

$$x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz=0.$$

Lần lượt thay toạ độ các điểm A, B, C vào phương trình đó, ta tìm được các giá trị a, b, c và được phương trình của mặt cầu (S) là :

$$x^2+y^2+z^2+\frac{31}{2}x-\frac{31}{16}y-\frac{31}{13}z=0.$$

7. a) Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(0\ ;\ 3\ ;\ 6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1\ ;\ 0\ ;\ 1)$. Đường thẳng d' đi qua điểm $M_0'(2\ ;\ 1\ ;\ 2)$ và có vectơ chỉ

phương $\overrightarrow{u'}(1\,;-1\,;-1)$. Ta tính được $\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'} = 2 \neq 0$. Vậy hai đường thẳng đó chéo nhau. Ngoài ra vì $\vec{u}.\overrightarrow{u'} = 0$ nên hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.

b) Từ điều kiện của (P) suy ra (P) đi qua điểm M_0 và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{u'}$, vậy (P) có phương trình

$$x - (y - 3) - (z - 6) = 0 \text{ hay } x - y - z + 9 = 0.$$

Tương tự, (Q) đi qua điểm M_0' và có vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ nên có phương trình

$$x - 2 + z - 2 = 0 \text{ hay } x + z - 4 = 0.$$

c) Đường vuông góc chung của d và d' là giao tuyến của mp(P) và mp(Q) nên phương trình của đường vuông góc chung của d và d' là :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 5 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-4}{-1}.$$

8. a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có các vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}(2\,;-1\,;1)$ và $\overrightarrow{n_Q}(1\,;1\,;2)$. Vì hai vectơ đó không cùng phương nên (P) và (Q) cắt nhau. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng đó thì :

$$\cos\varphi = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \frac{|2-1+2|}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy $\varphi = 60^{\circ}$.

b) Đường thẳng d song song với cả (P) và (Q) phải có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ vuông góc với cả $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Vì $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right] = (-3\,;-3\,;3)$ nên có thể lấy $\vec{u} = (1\,;1\,;-1)$. Ngoài ra, điểm $A(1\,;2\,;-3)$ không nằm trên cả (P) và (Q) nên đường thẳng d cần tìm có phương trình

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

c) Từ điều kiện của mp(R) suy ra (R) đi qua $B(-1 ; 3 ; 4)$ và vuông góc với d, tức là có vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ nên (R) có phương trình :

$$x + 1 + y - 3 - (z - 4) = 0 \text{ hay } x + y - z + 2 = 0.$$

9. a) Mặt cầu có tâm $I(1 ; 2 ; 3)$ và có bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

b) Gọi d là khoảng cách từ tâm I của mặt cầu tới mp(P) thì :

$$d = \frac{|1 + 2 - 3 + k|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{3}}.$$

Bởi vậy :

Nếu $\frac{|k|}{\sqrt{3}} < \sqrt{14}$ hay $|k| < \sqrt{42}$ thì (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn ;

Nếu $|k| = \sqrt{42}$ thì (P) tiếp xúc với mặt cầu ;

Nếu $|k| > \sqrt{42}$ thì (P) không cắt mặt cầu.

c) Trong phương trình mặt cầu, cho $y = z = 0$, ta được $x = 0$ hoặc $x = 2$. Vậy mặt cầu cắt trục Ox tại điểm O và điểm $A(2 ; 0 ; 0)$.

Tương tự, mặt cầu cắt trục Oy tại điểm O và điểm $B(0 ; 4 ; 0)$, cắt trục Oz tại điểm O và điểm $C(0 ; 0 ; 6)$. Suy ra phương trình mp(ABC) là :

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1.$$

d) Mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $B(0 ; 4 ; 0)$ phải đi qua B và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IB} = (-1 ; 2 ; -3)$. Vậy (α) có phương trình :

$$-(x - 0) + 2(y - 4) - 3(z - 0) = 0 \text{ hay } x - 2y + 3z + 8 = 0.$$

e) Mặt phẳng (Q') song song với (Q) có phương trình :

$$4x + 3y - 12z + D = 0 \ (D \neq -1).$$

Khoảng cách h từ tâm I của mặt cầu tới mp(Q') là

$$h = \frac{|4.1 + 3.2 - 12.3 + D|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2}} = \frac{|D - 26|}{13}.$$

Mặt phẳng (Q') tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi $\frac{|D - 26|}{13} = \sqrt{14}$

hay $D = 26 \pm 13\sqrt{14}$. Vậy ta có hai mặt phẳng cần tìm là

$$4x + 3y - 12z + 26 \pm 13\sqrt{14} = 0.$$

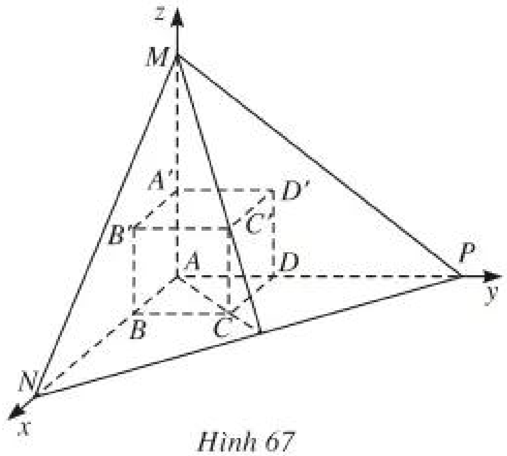
10. (h.67) Ta chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho O trùng A, các tia Ox, Oy và Oz lần lượt chứa các điểm B, D và A'. Khi đó ta có

$A = (0 ; 0 ; 0)$, $B = (1 ; 0 ; 0)$,

$D = (0 ; 1 ; 0)$, $A' = (0 ; 0 ; 1)$,

$C' = (1 ; 1 ; 1)$, $M = (0 ; 0 ; m)$,

$N = (n ; 0 ; 0)$, $P = (0 ; p ; 0)$.



Hình 67

a) Mặt phẳng (MNP) có phương trình theo đoạn chắn $\frac{x}{n} + \frac{y}{p} + \frac{z}{m} = 1$ nên mặt phẳng đó đi qua đỉnh C' khi và chỉ khi :

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \frac{1}{m} = 1. \qquad (*)$$

b) Thể tích tứ diện $AMNP$ là $V = \frac{1}{6}AM.AN.AP = \frac{1}{6}mnp$ (trong đó m, n, p là các số dương thoả mãn điều kiện (*)). Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương, ta có :

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \frac{1}{m} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{mnp}} \Leftrightarrow 1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{mnp}} \Leftrightarrow \frac{1}{mnp} \leq \frac{1}{3^3} \Leftrightarrow mnp \geq 27.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{m} = \frac{1}{n} = \frac{1}{p} = \frac{1}{3}$, tức là $m = n = p = 3$. Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của thể tích V là $\frac{27}{6}$, khi đó $A.MNP$ là hình chóp đều.

Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm

1. (C), **2.** (D), **3.** (C), **4.** (A), **5.** (D), **6.** (A), **7.** (B), **8.** (A), **9.** (A), **10.** (C), **11.** (C), **12.** (A), **13.** (C), **14.** (A), **15.** (A), **16.** (C), **17.** (D), **18.** (A), **19.** (A), **20.** (C), **21.** (B), **22.** (B), **23.** (C), **24.** (D), **25.** (B), **26.** (D), **27.** (C), **28.** (D), **29.** (D), **30.** (A), **31.** (A), **32.** (D), **33.** (B), **34.** (A), **35.** (D), **36.** (A), **37.** (D), **38.** (A), **39.** (B), **40.** (C), **41.** (C), **42.** (B).