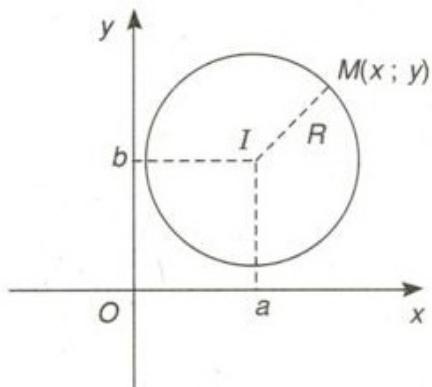


§2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương trình đường tròn có tâm và bán kính cho trước



Hình 3.16

Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) tâm $I(a; b)$, bán kính R (h.3.16).

Ta có

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (C) &\Leftrightarrow IM = R \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = R \\ &\Leftrightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2. \end{aligned}$$

Phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ được gọi là *phương trình đường tròn* tâm $I(a; b)$ bán kính R .

Chẳng hạn, phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$ bán kính $R = 5$ là :

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25.$$

Chú ý. Phương trình đường tròn có tâm là gốc toạ độ O và có bán kính R là :

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

1 Cho hai điểm $A(3; -4)$ và $B(-3; 4)$.

Viết phương trình đường tròn (C) nhận AB làm đường kính.

2. Nhận xét

Phương trình đường tròn $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ có thể được viết dưới dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, trong đó $c = a^2 + b^2 - R^2$.

Ngược lại, phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là *phương trình của đường tròn* (C) khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$. Khi đó đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

2 Hãy cho biết phương trình nào trong các phương trình sau đây là phương trình đường tròn :

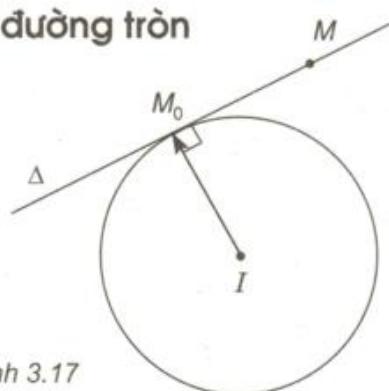
$$2x^2 + y^2 - 8x + 2y - 1 = 0;$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0;$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 20 = 0;$$

$$x^2 + y^2 + 6x + 2y + 10 = 0.$$

3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn



Hình 3.17

Cho điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) tâm $I(a ; b)$. Gọi Δ là tiếp tuyến với (C) tại M_0 .

Ta có M_0 thuộc Δ và vectơ $\overrightarrow{IM_0} = (x_0 - a ; y_0 - b)$ là vectơ pháp tuyến của Δ .

Do đó Δ có phương trình là :

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0 \quad (2)$$

Phương trình (2) là *phương trình tiếp tuyến* của đường tròn $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ tại điểm M_0 nằm trên đường tròn.



Ví dụ. Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(3 ; 4)$ thuộc đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

Giải

(C) có tâm $I(1 ; 2)$, vậy phương trình tiếp tuyến với (C) tại $M(3 ; 4)$ là :

$$\begin{aligned} & (3 - 1)(x - 1) + (4 - 2)(y - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & 2x + 2y - 14 = 0 \\ \Leftrightarrow & x + y - 7 = 0. \end{aligned}$$

Câu hỏi và bài tập

1. Tìm tâm và bán kính của các đường tròn sau :
 - a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$;
 - b) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0$;
 - c) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.
2. Lập phương trình đường tròn (\mathcal{C}) trong các trường hợp sau :
 - a) (\mathcal{C}) có tâm $I(-2 ; 3)$ và đi qua $M(2 ; -3)$;
 - b) (\mathcal{C}) có tâm $I(-1 ; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x - 2y + 7 = 0$;
 - c) (\mathcal{C}) có đường kính AB với $A = (1 ; 1)$ và $B = (7 ; 5)$.

3. Lập phương trình đường tròn đi qua ba điểm
- a) $A(1 ; 2)$, $B(5 ; 2)$, $C(1 ; -3)$;
b) $M(-2 ; 4)$, $N(5 ; 5)$, $P(6 ; -2)$.
4. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox , Oy và đi qua điểm $M(2 ; 1)$.
5. Lập phương trình của đường tròn tiếp xúc với các trục toạ độ và có tâm ở trên đường thẳng $4x - 2y - 8 = 0$.
6. Cho đường tròn (\mathcal{C}) có phương trình
- $$x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0.$$
- a) Tìm toạ độ tâm và bán kính của (\mathcal{C}) ;
b) Viết phương trình tiếp tuyến với (\mathcal{C}) đi qua điểm $A(-1 ; 0)$;
c) Viết phương trình tiếp tuyến với (\mathcal{C}) vuông góc với đường thẳng
- $$3x - 4y + 5 = 0.$$