

ÔN TẬP CHƯƠNG II

I. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. Hãy nhắc lại định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Tại sao khi α là các góc nhọn thì giá trị lượng giác này lại chính là các tỉ số lượng giác đã được học ở lớp 9 ?
2. Tại sao hai góc bù nhau lại có sin bằng nhau và cosin đối nhau ?
3. Nhắc lại định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Tích vô hướng này với $|\vec{a}|$ và $|\vec{b}|$ không đổi đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất khi nào ?
4. Trong mặt phẳng Oxy cho vectơ $\vec{a} = (-3; 1)$ và vectơ $\vec{b} = (2; 2)$, hãy tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
5. Hãy nhắc lại định lí cosin trong tam giác. Từ các hệ thức này hãy tính $\cos A$, $\cos B$ và $\cos C$ theo các cạnh của tam giác.
6. Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ trong tam giác, hãy suy ra định lí Py-ta-go.
7. Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC , ta có $a = 2R \sin A$, $b = 2R \sin B$, $c = 2R \sin C$, trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.
8. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng :
 - a) Góc A nhọn khi và chỉ khi $a^2 < b^2 + c^2$;
 - b) Góc A tù khi và chỉ khi $a^2 > b^2 + c^2$;
 - c) Góc A vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$.
9. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, $BC = 6$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.
10. Cho tam giác ABC có $a = 12$, $b = 16$, $c = 20$. Tính diện tích S của tam giác, chiều cao h_a , các bán kính R , r của các đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác và đường trung tuyến m_a của tam giác.
11. Trong tập hợp các tam giác có hai cạnh là a và b , tìm tam giác có diện tích lớn nhất.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng ?

(A) $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;	(B) $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
(C) $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;	(D) $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.
2. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai ?

(A) $\sin \alpha = \sin \beta$;	(B) $\cos \alpha = -\cos \beta$;
(C) $\tan \alpha = -\tan \beta$;	(D) $\cot \alpha = \cot \beta$.
3. Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng ?

(A) $\sin \alpha < 0$;	(B) $\cos \alpha > 0$;
(C) $\tan \alpha < 0$;	(D) $\cot \alpha > 0$.
4. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai ?

(A) $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$;	(B) $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$;
(C) $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$;	(D) $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.
5. Cho hai góc nhọn α và β trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

(A) $\cos \alpha < \cos \beta$;	(B) $\sin \alpha < \sin \beta$;
(C) $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta$;	(D) $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.
6. Tam giác ABC vuông ở A và có góc $\widehat{B} = 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

(A) $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$;	(B) $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
(C) $\cos C = \frac{1}{2}$;	(D) $\sin B = \frac{1}{2}$.
7. Tam giác đều ABC có đường cao AH . Khẳng định nào sau đây là đúng ?

(A) $\sin \widehat{BAH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	(B) $\cos \widehat{BAH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
(C) $\sin \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	(D) $\sin \widehat{AHC} = \frac{1}{2}$.

15. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?
 (A) Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A nhọn ;
 (B) Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A tù ;
 (C) Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A nhọn ;
 (D) Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A vuông.
16. Đường tròn tâm O có bán kính $R = 15$ cm. Gọi P là một điểm cách tâm O một khoảng $PO = 9$ cm. Dây cung đi qua P và vuông góc với PO có độ dài là :
 (A) 22 cm ; (B) 23 cm ; (C) 24 cm ; (D) 25 cm.
17. Cho tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 18$ cm và có diện tích bằng 64 cm^2 . Giá trị $\sin A$ là :
 (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{3}{8}$; (C) $\frac{4}{5}$; (D) $\frac{8}{9}$.
18. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hết thúc nào sau đây là sai ?
 (A) $\sin \alpha = -\cos \beta$; (B) $\cos \alpha = \sin \beta$;
 (C) $\tan \alpha = \cot \beta$; (D) $\cot \alpha = \tan \beta$.
19. Bất đẳng thức nào dưới đây là đúng ?
 (A) $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$; (B) $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$;
 (C) $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$; (D) $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.
20. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào sau đây là sai ?
 (A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$; (B) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} < \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$;
 (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$; (D) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}$.
21. Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 9$ cm. Giá trị $\cos A$ là :
 (A) $\frac{2}{3}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $-\frac{2}{3}$; (D) $\frac{1}{2}$.
22. Cho hai điểm $A = (1; 2)$ và $B = (3; 4)$. Giá trị của \overrightarrow{AB}^2 là :
 (A) 4 ; (B) $4\sqrt{2}$; (C) $6\sqrt{2}$; (D) 8.

23. Cho hai vectơ $\vec{a} = (4; 3)$ và $\vec{b} = (1; 7)$. Góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là :
- (A) 90° ; (B) 60° ;
 (C) 45° ; (D) 30° .
24. Cho hai điểm $M = (1; -2)$ và $N = (-3; 4)$. Khoảng cách giữa hai điểm M và N là :
- (A) 4; (B) 6;
 (C) $3\sqrt{6}$; (D) $2\sqrt{13}$.
25. Tam giác ABC có $A = (-1; 1)$; $B = (1; 3)$ và $C = (1; -1)$.
 Trong các cách phát biểu sau đây, hãy chọn cách phát biểu đúng.
- (A) ABC là tam giác có ba cạnh bằng nhau ;
 (B) ABC là tam giác có ba góc đều nhọn ;
 (C) ABC là tam giác cân tại B (có $BA = BC$) ;
 (D) ABC là tam giác vuông cân tại A .
26. Cho tam giác ABC có $A = (10; 5)$, $B = (3; 2)$ và $C = (6; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?
- (A) ABC là tam giác đều ;
 (B) ABC là tam giác vuông cân tại B ;
 (C) ABC là tam giác vuông cân tại A ;
 (D) ABC là tam giác có góc tù tại A .
27. Tam giác ABC vuông cân tại A và nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R .
 Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Khi đó tỉ số $\frac{R}{r}$ bằng :
- (A) $1 + \sqrt{2}$; (B) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$;
 (C) $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$; (D) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.
28. Tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $BC = 15$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là :
- (A) 8 cm; (B) 10 cm;
 (C) 9 cm; (D) 7,5 cm.

29. Tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và có diện tích S . Nếu tăng cạnh BC lên 2 lần đồng thời tăng cạnh CA lên 3 lần và giữ nguyên độ lớn của góc C thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng :
- (A) $2S$; (B) $3S$; (C) $4S$; (D) $6S$.
30. Cho tam giác DEF có $DE = DF = 10$ cm và $EF = 12$ cm. Gọi I là trung điểm của cạnh EF . Đoạn thẳng DI có độ dài là :
- (A) 6,5 cm; (B) 7 cm; (C) 8 cm; (D) 4 cm.



Người tìm ra sao Hải Vương (Neptune) chỉ nhờ các phép tính về quỹ đạo các hành tinh

Nhà thiên văn học U-banh Lơ-ve-ri-ê (*Urbain Leverrier, 1811-1877*) sinh ra trong một gia đình công chức nhỏ tại vùng Noóc-măng-đi nước Pháp. Ông học ở trường Bách khoa và được giữ lại tiếp tục sự nghiệp nghiên cứu khoa học và giảng dạy ở đó. Ông đã say sưa thích thú tính toán chuyển động của các sao chổi và của các hành tinh, nhất là sao Thuỷ (*Mercure*). Với những thành tích nghiên cứu khoa học xuất sắc về thiên văn học, ông được nhận danh hiệu Viện sĩ Hàn lâm Pháp khi ông tròn 34 tuổi.

Vào thời kì bấy giờ, các nhà thiên văn đang tranh luận sôi nổi về "điều bí mật"



của sao Thiên Vương (*Uranus*) vì hành tinh này không phục tùng theo những định luật về chuyển động của các hành tinh do Giô-han Kê-ple (*Johannes Kepler*, 1571-1630) nêu ra và không theo đúng định luật vạn vật hấp dẫn của I-sắc Niu-tơn (*Isaac Newton*, 1642-1727). Điều bí ẩn là vị trí của sao Thiên Vương trên bầu trời không bao giờ phù hợp với những tiên đoán dựa vào các phép tính của các nhà thiên văn thời bấy giờ. Nhà thiên văn học trẻ tuổi Lơ-ve-ri-ê muốn nghiên cứu tìm hiểu điều bí ẩn này và tự đặt câu hỏi tại sao sao Thiên Vương lại không tuân theo những quy luật chuyển động của các thiên thể. Một số nhà thiên văn thời bấy giờ đã dự đoán rằng con đường đi của sao Thiên Vương bị sức hút của sao Mộc (*Jupiter*) hay sao Thổ (*Saturne*) quấy nhiễu. Khi đó riêng Lơ-ve-ri-ê đã nêu lên một giả thuyết hết sức táo bạo, dựa vào các phép tính mà ông đã thực hiện. Ông cho rằng sao Thiên Vương không ngoan ngoãn theo tiên đoán của các nhà thiên văn có lẽ do bị ảnh hưởng bởi một hành tinh khác chưa được biết đến ở xa Mặt Trời hơn sao Thiên Vương. Hành tinh này đã tác động lên sao Thiên Vương làm cho nó có những nhiễu loạn khó có thể quan sát được. Lơ-ve-ri-ê đã kiên nhẫn tính toán làm việc trong phòng suốt hai tuần liền, với biết bao công thức, nhìn vào ai cũng cảm thấy chóng mặt. Cuối cùng chỉ dựa vào thuần túy các phép tính, Lơ-ve-ri-ê xác nhận rằng có sự hiện diện của một hành tinh chưa biết tên. Vào thời gian đó, ở Pháp vì đài Thiên văn Pa-ri không đủ mạnh, nên không thể nhìn được hành tinh đó. Ngay sau đó, Lơ-ve-ri-ê phải nhờ nhà thiên văn Gan (*Galle*) ở đài quan sát Bec-lin xem xét hộ. Ngày 23 tháng 9 năm 1846, Gan đã hướng kính thiên văn về khu vực bầu trời đã được Lơ-ve-ri-ê chỉ định và vui mừng tìm thấy một hành tinh chưa có tên trên danh mục. Như vậy sức mạnh của tài năng con người lại được thể hiện một cách xuất sắc qua việc khám phá ra hành tinh mới này. Mọi người đều thán phục, chúc mừng cuộc khám phá thành công tốt đẹp này và cho rằng Lơ-ve-ri-ê đã phát hiện ra một hành tinh mới chỉ nhờ vào đầu chiếc bút chì của mình (!). Đây là một bài toán rất khó, nó không giống bài toán tìm ngày, giờ, địa điểm xuất hiện nhật thực, nguyệt thực vì các chi tiết chỉ biết phỏng chừng thông qua các nhiễu loạn, do tác động của một vật chưa biết, người ta cần phải tìm quỹ đạo và khối lượng của hành tinh đó, cần xác định được khoảng cách của nó tới Mặt Trời và các hành tinh khác v.v... Hành tinh mới này được đặt tên là sao Hải Vương (*Neptune*). Cũng vào thời điểm đó nhà thiên văn học người Anh là A-đam (*Adam*) cũng phát hiện ra hành tinh đó và người này không biết đến công trình của người kia. Tuy vậy, Lơ-ve-ri-ê vẫn được xem là người đầu tiên phát hiện ra sao Hải Vương và sau đó ông được nhận học vị Giáo sư Đại học Xoóc-bon đồng thời được nhận Huy chương Bắc đầu bội tinh. Năm 1853 U-banh Lơ-ve-ri-ê được Hoàng đế Na-pô-lê-ông (*Napoléon*) Đệ Tam phong chức Giám đốc Đài quan sát Pa-ri. Ông mất năm 1877. Các nhà thiên văn học trên thế giới đã đánh giá cao phát minh quan trọng này của Lơ-ve-ri-ê.