

Câu hỏi và bài tập ôn tập chương I

68. Chứng minh các bất đẳng thức sau :

a) $\tan x > x$, với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$;

b) $\tan x > x + \frac{x^3}{3}$ với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn. a) Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \tan x - x$ đồng biến trên nửa khoảng $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$.

69. Xét chiều biến thiên và tìm cực trị (nếu có) của các hàm số sau :

a) $y = \sqrt{3x + 1}$;

b) $y = \sqrt{4x - x^2}$;

c) $y = x + \sqrt{x}$;

d) $y = x - \sqrt{x}$.

70. Người ta định làm một cái hộp hình trụ bằng tôn có thể tích V cho trước. Tìm bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ sao cho tốn ít nguyên liệu nhất.

71. Chu vi của một tam giác là 16cm, độ dài một cạnh tam giác là 6cm. Tìm độ dài hai cạnh còn lại của tam giác sao cho tam giác có diện tích lớn nhất.

Hướng dẫn. Có thể áp dụng công thức Hê-rông (Héron) để tính diện tích tam giác :

Nếu tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c thì diện tích của nó là

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p \text{ là nửa chu vi tam giác.}$$

72. Cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{17}{3}.$$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.
- Chứng minh rằng phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

73. Cho hàm số

$$f(x) = x^3 + px + q.$$

- Tìm điều kiện đối với p và q để hàm số f có một cực đại và một cực tiểu.
- Chứng minh rằng nếu giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu thì phương trình

$$x^3 + px + q = 0 \tag{1}$$

có ba nghiệm phân biệt.

- Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt là

$$4p^3 + 27q^2 < 0.$$

74. Cho hàm số

$$f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm uốn U của nó.
- Gọi (d_m) là đường thẳng đi qua điểm U và có hệ số góc m . Tìm các giá trị của m sao cho đường thẳng (d_m) cắt đồ thị của hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt.

75. Cho hàm số

$$y = x^4 - (m+1)x^2 + m.$$

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với $m = 2$.
- b) Tìm các giá trị của m sao cho đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm, tạo thành ba đoạn thẳng có độ dài bằng nhau.

76. Cho hàm số $f(x) = x^4 - x^2$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.
- b) Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ suy ra cách vẽ đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$.

77. Cho hàm số

$$y = \frac{x - 4m}{2(mx - 1)}$$

có đồ thị là (\mathcal{H}_m) .

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với $m = 1$.
- b) Chứng minh rằng với mọi $m \neq \pm \frac{1}{2}$, các đường cong (\mathcal{H}_m) đều đi qua hai điểm cố định A và B .
- c) Chứng minh rằng tích các hệ số góc của các tiếp tuyến với (\mathcal{H}_m) tại hai điểm A và B là một hằng số khi m biến thiên.

78. a) Vẽ đồ thị (\mathcal{P}) của hàm số $y = x^2 - x + 1$ và đồ thị (\mathcal{H}) của hàm số

$$y = \frac{1}{x+1}.$$

- b) Tìm giao điểm của hai đường cong (\mathcal{P}) và (\mathcal{H}) . Chứng minh rằng hai đường cong đó có tiếp tuyến chung tại giao điểm của chúng.
- c) Xác định các khoảng trên đó (\mathcal{P}) nằm phía trên hoặc phía dưới (\mathcal{H}) .

79. Cho hàm số

$$y = f(x) = x + \frac{1}{x}.$$

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (\mathcal{C}) của hàm số.

b) Tiếp tuyến của đường cong (\mathcal{C}) tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ cắt tiem cận đứng và tiem cận xiên tại hai điểm A và B . Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB và tam giác OAB có diện tích không phụ thuộc vào vị trí của điểm M trên đường cong (\mathcal{C}).

Bài tập trắc nghiệm khách quan

Trong mỗi bài tập dưới đây, hãy chọn một phương án trong các phương án đã cho để được khẳng định đúng.

80. Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$
- (A) Đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$;
 - (B) Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$;
 - (C) Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$;
 - (D) Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
81. Hàm số $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3 - 22$
- (A) Nghịch biến trên \mathbb{R} ;
 - (B) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$;
 - (C) Đồng biến trên \mathbb{R} ;
 - (D) Nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
82. Hàm số $y = \sin x - x$
- (A) Đồng biến trên \mathbb{R} ;
 - (B) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$;
 - (C) Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$;
 - (D) Nghịch biến trên \mathbb{R} .
83. Hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$
- (A) Nhận điểm $x = -1$ làm điểm cực tiểu ;
 - (B) Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực đại ;
 - (C) Nhận điểm $x = 1$ làm điểm cực đại ;
 - (D) Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu.

84. Hàm số $y = x^4 - 4x^3 - 5$
- (A) Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu ;
 (B) Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại ;
 (C) Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực đại ;
 (D) Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.
85. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ là
- (A) 0 ; (B) 1 ; (C) 3 ; (D) 2.
86. Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ là
- (A) 0 ; (B) 2 ; (C) 1 ; (D) 3.
87. Hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x + 1)^2(2x - 1)$.
 Số điểm cực trị của hàm số là
- (A) 1 ; (B) 2 ; (C) 0 ; (D) 3.
88. Hàm số $y = x - \sin 2x + 3$
- (A) Nhận điểm $x = -\frac{\pi}{6}$ làm điểm cực tiểu ;
 (B) Nhận điểm $x = \frac{\pi}{2}$ làm điểm cực đại ;
 (C) Nhận điểm $x = -\frac{\pi}{6}$ làm điểm cực đại ;
 (D) Nhận điểm $x = -\frac{\pi}{2}$ làm điểm cực tiểu.
89. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3\sqrt{1 - x}$ là
- (A) -3 ; (B) 1 ; (C) -1 ; (D) 0.
90. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \sin x - 4 \cos x$ là
- (A) 3 ; (B) -5 ; (C) -4 ; (D) -3.
91. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1 ; 2]$ là
- (A) 6 ; (B) 10 ; (C) 15 ; (D) 11.

92. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$ là
 (A) 2; (B) $\sqrt{2}$; (C) 0; (D) 3.
93. Gọi (\mathcal{C}) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{2x + 1}$.
 (A) Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của (\mathcal{C}) .
 (B) Đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của (\mathcal{C}) .
 (C) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của (\mathcal{C}) .
 (D) Đường thẳng $y = x - 2$ là tiệm cận xiên của (\mathcal{C}) .
94. Gọi (\mathcal{C}) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{3 + 5x - 2x^2}$.
 (A) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của (\mathcal{C}) .
 (B) Đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của (\mathcal{C}) .
 (C) Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (\mathcal{C}) .
 (D) Đường thẳng $y = -x + 1$ là tiệm cận xiên của (\mathcal{C}) .
95. Gọi (\mathcal{C}) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{-5x^2 - 2x + 3}$.
 (A) Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (\mathcal{C}) .
 (B) Đường thẳng $y = x - 1$ là tiệm cận xiên của (\mathcal{C}) .
 (C) Đường thẳng $y = -\frac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của (\mathcal{C}) .
 (D) Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của (\mathcal{C}) .
96. Đồ thị của hàm số $y = x + \frac{1}{x - 1}$
 (A) Cắt đường thẳng $y = 1$ tại hai điểm;
 (B) Cắt đường thẳng $y = 4$ tại hai điểm;

(C) Tiếp xúc với đường thẳng $y = 0$;

(D) Không cắt đường thẳng $y = -2$.

97. Xét phương trình $x^3 + 3x^2 = m$.

(A) Với $m = 5$, phương trình đã cho có ba nghiệm.

(B) Với $m = -1$, phương trình có hai nghiệm.

(C) Với $m = 4$, phương trình có ba nghiệm phân biệt.

(D) Với $m = 2$, phương trình có ba nghiệm phân biệt.

98. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1}$

(A) Nhận điểm $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ làm tâm đối xứng ;

(B) Nhận điểm $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ làm tâm đối xứng ;

(C) Không có tâm đối xứng ;

(D) Nhận điểm $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ làm tâm đối xứng.

99. Số giao điểm của hai đường cong $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - x + 1$ là

(A) 0 ; (B) 1 ; (C) 3 ; (D) 2.

100. Các đồ thị của hai hàm số $y = 3 - \frac{1}{x}$ và $y = 4x^2$ tiếp xúc với nhau tại điểm M có hoành độ là

(A) $x = -1$; (B) $x = 1$; (C) $x = 2$; (D) $x = \frac{1}{2}$.