

Chương I
SỐ HỮU TỈ. SỐ THỰC

§1. TẬP HỢP \mathbb{Q} CÁC SỐ HỮU TỈ

A. Kiến thức cần nhớ

1. Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$.

Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là \mathbb{Q} .

2. Ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trực số.

Trên trực số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x .

3. Với hai số hữu tỉ bất kì x, y ta luôn có hoặc $x = y$ hoặc $x < y$ hoặc $x > y$.

Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.

- Nếu $x < y$ thì trên trực số, điểm x ở bên trái điểm y .
- Số hữu tỉ lớn hơn 0 được gọi là số hữu tỉ dương.
- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 được gọi là số hữu tỉ âm.
- Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

B. Câu hỏi

Trong các câu sau đây, hãy khoanh tròn vào chữ cái trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Khẳng định đúng trong các khẳng định sau là :

- (A) Mọi số hữu tỉ đều là số nguyên.
(B) Mọi số nguyên đều là số tự nhiên.
(C) Mọi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên.
(D) Mọi số tự nhiên, mọi số nguyên đều là số hữu tỉ.

Câu 2. Trong các trường hợp sau, trường hợp nào có tất cả các số cùng biểu thị một số hữu tỉ ?

(A) $0,2 ; \frac{1}{5} ; \frac{-3}{-15} ; \frac{2}{100} ;$

(B) $0,75 ; \frac{3}{4} ; \frac{-12}{-16} ; \frac{75}{100} ;$

(C) $\frac{-3}{5} ; \frac{-3}{6} ; \frac{-3}{7} ; \frac{-3}{8} ;$

(D) $0,5 ; \frac{5}{10} ; \frac{-10}{20} ; \frac{-20}{-40}.$

Câu 3. Các số $0,4 ; \frac{2}{5} ; \frac{-6}{-15} ; \frac{40}{100}$ được biểu diễn bởi :

(A) Bốn điểm trên trực số ;

(B) Ba điểm trên trực số ;

(C) Hai điểm trên trực số ;

(D) Một điểm duy nhất trên trực số.

C. Giải bài tập

Bài 1 [3]. So sánh các số hữu tỉ :

a) $x = \frac{2}{-7}$ và $y = \frac{-3}{11} ;$

b) $x = \frac{-213}{300}$ và $y = \frac{18}{-25} ;$

c) $x = -0,75$ và $y = \frac{-3}{4}.$

Giải

a) Ta có $x = \frac{2}{-7} = \frac{-2}{7} = \frac{-2.11}{7.11} = \frac{-22}{77}.$

$$y = \frac{-3}{11} = \frac{-3}{11} \dots \dots = \dots \dots$$

Vì $-22 < \dots \dots$ và $77 > 0$ nên $\frac{-22}{77} < \dots \dots$ hay $\frac{2}{-7} \dots \frac{-3}{11}$ tức là $x \dots y.$

b) Ta có $x = \frac{-213}{300}; y = \frac{18}{-25} = \frac{-18}{25} = \frac{-18.12}{25.12} = \frac{-216}{300}.$

Vì $-213 > \dots \dots$ và $300 > 0$ nên $\frac{-213}{300} > \frac{18}{-25}$ tức là $x \dots y.$

c) Ta có $x = -0,75 = \frac{-75}{100} = \frac{-3}{4}$ nên $-0,75 \dots \frac{-3}{4}$ tức là $x \dots y.$

Cách khác : $y = \frac{-3}{4} = -0,75$ nên $-0,75 \dots \frac{-3}{4}$ tức là $x \dots y.$

Bài 2 [4]. So sánh số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu và khi a, b khác dấu.

Giải

Nhờ tính chất cơ bản của phân số, ta luôn có thể viết một phân số có mẫu âm thành một phân số bằng nó và có mẫu dương. Vì vậy, ta chỉ cần xét các số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$).

Nếu a, b cùng dấu thì ta có $a > 0$. Vậy $\frac{a}{b} > \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} > 0$.

Nếu a, b khác dấu thì ta có $a \dots 0$. Vậy $\frac{a}{b} \dots \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} \dots 0$.

Lưu ý

Từ kết quả trên, ta rút ra nhận xét :

Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) là số dương nếu a, b cùng dấu, là số nếu a, b dấu, bằng 0 nếu $a = \dots$.

Bài 3 [5]. Giả sử $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$) và $x < y$. Hãy chứng tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{a+b}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

Hướng dẫn : Sử dụng tính chất : Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Giải

Theo đề bài $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$).

Vì $x < y$ nên $\dots < \dots$

Ta có $x = \frac{2a}{2m}$, $y = \frac{2b}{2m}$, $z = \frac{a+b}{2m}$

$a < b$ nên $a + a < a + b$ hay $2a < a + b$

Vì $2a < a + b$ nên $x < z$ (1)

$a < b$ nên $a + b < \dots$ hay $a + b < \dots$

Vì $a + b < 2b$ nên $z < y$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

Lưu ý

Từ kết quả của bài toán trên, ta rút ra nhận xét :

Giữa hai số hữu tỉ khác nhau bất kì, bao giờ cũng có ít nhất một số hữu tỉ nữa.
Do đó có vô số số hữu tỉ.