

§17. Ước chung lớn nhất

Có cách nào tìm ước chung của hai hay nhiều số mà không cần liệt kê các ước của mỗi số hay không ?

1. Ước chung lớn nhất

Ví dụ 1 : Tìm tập hợp các ước chung của 12 và 30.

Ta lần lượt tìm được : $U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

$U(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$

Vậy : $UC(12, 30) = \{1; 2; 3; 6\}$.

Số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của 12 và 30 là 6. Ta nói 6 là **ước chung lớn nhất** (ƯCLN) của 12 và 30, kí hiệu $ƯCLN(12, 30) = 6$.

Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

Nhận xét : Tất cả các ước chung của 12 và 30 (là 1, 2, 3, 6) đều là ước của $ƯCLN(12, 30)$.

► **Chú ý :**

Số 1 chỉ có một ước là 1. Do đó với mọi số tự nhiên a và b, ta có :

$$\text{ƯCLN}(a, 1) = 1 ; \text{ƯCLN}(a, b, 1) = 1.$$

Ví dụ : $\text{ƯCLN}(5, 1) = 1 ;$

$$\text{ƯCLN}(12, 30, 1) = 1.$$

2. Tìm ước chung lớn nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Ví dụ 2 : Tìm $\text{ƯCLN}(36, 84, 168)$.

Trước hết ta phân tích ba số trên ra thừa số nguyên tố :

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Chọn ra các thừa số chung, đó là 2 và 3. Số mũ nhỏ nhất của 2 là 2, số mũ nhỏ nhất của 3 là 1. Khi đó :

$$\text{ƯCLN}(36, 84, 168) = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

Muốn tìm ƯCLN của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau :

Bước 1 : Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2 : Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

Bước 3 : Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất của nó. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

?1 Tìm $\text{ƯCLN}(12, 30)$.

?2 Tìm $\text{ƯCLN}(8, 9)$; $\text{ƯCLN}(8, 12, 15)$; $\text{ƯCLN}(24, 16, 8)$.

► **Chú ý :**

a) Nếu các số đã cho không có thừa số nguyên tố chung thì ƯCLN của chúng bằng 1. Hai hay nhiều số có ƯCLN bằng 1 gọi là các số nguyên tố cùng nhau.

Ví dụ : 8 và 9 là hai số nguyên tố cùng nhau ; 8, 12, 15 là ba số nguyên tố cùng nhau.

b) Trong các số đã cho, nếu số nhỏ nhất là ước của các số còn lại thì ƯCLN của các số đã cho chính là số nhỏ nhất ấy.

Ví dụ : $\text{ƯCLN}(24, 16, 8) = 8$.

3. Cách tìm ước chung thông qua tìm ƯCLN

Theo nhận xét ở mục 1, tất cả các ước chung của 12 và 30 đều là ước của ƯCLN(12, 30).

Do đó để tìm các ước chung của 12 và 30, ngoài cách liệt kê các ước của 12 và 30 rồi chọn ra các ước chung, ta còn có thể làm như sau :

– Tìm ƯCLN(12, 30) được 6 (xem **?**1).

– Tìm các ước của 6, đó là : 1, 2, 3, 6.

Vậy ƯC (12, 30) = { 1 ; 2 ; 3 ; 6 }.

Để tìm ước chung của các số đã cho, ta có thể tìm các ước của ƯCLN của các số đó.

Bài tập

139. Tìm ƯCLN của :

a) 56 và 140 ;

b) 24, 84, 180 ;

c) 60 và 180 ;

d) 15 và 19.

140. Tìm ƯCLN của :

a) 16, 80, 176 ;

b) 18, 30, 77.

141. Có hai số nguyên tố cùng nhau nào mà cả hai đều là hợp số không ?

Luyện tập 1

142. Tìm ƯCLN rồi tìm các ước chung của :

a) 16 và 24 ;

b) 180 và 234 ;

c) 60, 90, 135.

143. Tìm số tự nhiên a lớn nhất, biết rằng $420 : a$ và $700 : a$.

144. Tìm các ước chung lớn hơn 20 của 144 và 192.

145. Lan có một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 75cm và 105cm. Lan muốn cắt tấm bìa thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết, không còn thừa mảnh nào. Tính độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông (số đo cạnh của hình vuông nhỏ là một số tự nhiên với đơn vị là xentimét).

Luyện tập 2

146. Tìm số tự nhiên x , biết rằng $112 \div x$, $140 \div x$ và $10 < x < 20$.
147. Mai và Lan mỗi người mua cho tổ mình một số hộp bút chì màu. Mai mua 28 bút, Lan mua 36 bút. Số bút trong các hộp bút đều bằng nhau và số bút trong mỗi hộp lớn hơn 2.
- Gọi số bút trong mỗi hộp là a . Tìm quan hệ giữa số a với mỗi số 28, 36, 2.
 - Tìm số a nói trên.
 - Hỏi Mai mua bao nhiêu hộp bút chì màu? Lan mua bao nhiêu hộp bút chì màu?
148. Đội văn nghệ của một trường có 48 nam và 72 nữ về một huyện để biểu diễn. Muốn phục vụ đồng thời tại nhiều địa điểm, đội dự định chia thành các tổ gồm cả nam và nữ, số nam được chia đều vào các tổ, số nữ cũng vậy. Có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu tổ?
Khi đó mỗi tổ có bao nhiêu nam, bao nhiêu nữ?