

II – HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

§1. Căn bậc hai

A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

- Nắm được định nghĩa, kí hiệu về căn bậc hai số học của số không âm.
- Biết được liên hệ của phép khai phương với quan hệ thứ tự và dùng liên hệ này để so sánh các số.

B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

- Căn bậc hai của một số a không âm đã được định nghĩa ở Toán 7 và được sử dụng phần nào ở lớp 8, trong tiết này chỉ nhắc lại và củng cố qua bài tập về nghiệm của phương trình dạng $x^2 = a$. Căn bậc hai số học (tức là giá trị không âm của căn bậc hai) tuy được định nghĩa lân đâm song không hoàn toàn mới đối với học sinh. Điểm mới là đưa ra *Chú ý*:

Với $a \geq 0$, ta có

$$\text{Nếu } x = \sqrt{a} \text{ thì } x \geq 0 \text{ và } x^2 = a;$$

$$\text{Nếu } x \geq 0 \text{ và } x^2 = a \text{ thì } x = \sqrt{a}.$$

Chú ý này là cơ sở để chứng minh một số tính chất về phép khai phương.

Chú ý này cũng là cơ sở để giải phương trình dạng $\sqrt{x} = a$ và một số phương trình quy về dạng đó, chẳng hạn như phương trình $2\sqrt{x} = 14$.

- Kỹ thuật tìm căn bậc hai bằng máy tính bỏ túi được xem như đã quen phân nào với học sinh từ lớp 7. Ở lớp 9, kỹ thuật này chỉ coi là nhắc lại qua thực hành.

- Tính chất về mối liên hệ giữa phép khai phương với quan hệ thứ tự được phát triển trên kết quả so sánh căn bậc hai của các số thực dương ở lớp 7 và được nêu ở mục 2 "So sánh các căn bậc hai số học". Tính chất này không những là cơ sở cho giải toán so sánh các số thông qua so sánh căn bậc hai số học của chúng (và ngược lại) mà còn là cơ sở cho giải toán về bất đẳng thức, bất phương trình chứa căn bậc hai. Tính chất này được chứng minh trong sách Bài tập Toán 9 tập một, nhưng với HS đại trà chỉ cần yêu cầu biết sử dụng mà thôi.

C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1. Căn bậc hai

- GV nhắc lại về căn bậc hai như SGK và yêu cầu HS làm [?1].

Đáp

- Căn bậc hai của 9 là 3 và -3 .
- Căn bậc hai của $\frac{4}{9}$ là $\frac{2}{3}$ và $-\frac{2}{3}$.
- Căn bậc hai của $0,25$ là $0,5$ và $-0,5$.
- Căn bậc hai của 2 là $\sqrt{2}$ và $-\sqrt{2}$.

GV lưu ý hai cách trả lời :

Cách 1. Chỉ dùng định nghĩa căn bậc hai. Ví dụ : Căn bậc hai của 9 là 3 và -3 , vì $3^2 = 9$ và $(-3)^2 = 9$.

Cách 2. Có dùng cả nhận xét về căn bậc hai. Ví dụ : 3 là căn bậc hai của 9 , vì $3^2 = 9$. Mỗi số dương có hai căn bậc hai là hai số đối nhau, nên -3 cũng là căn bậc hai của 9 .

- GV dẫn dắt từ lưu ý trong lời giải [?1] để giới thiệu định nghĩa căn bậc hai số học.
- GV giới thiệu ví dụ 1.
- GV giới thiệu chú ý ở SGK và cho HS làm [?2].

Đáp

- $\sqrt{64} = 8$, vì $8 \geq 0$ và $8^2 = 64$.
- $\sqrt{81} = 9$, vì $9 \geq 0$ và $9^2 = 81$.
- $\sqrt{1,21} = 1,1$, vì $1,1 \geq 0$ và $1,1^2 = 1,21$.

• GV giới thiệu thuật ngữ "phép khai phương", lưu ý về quan hệ giữa khái niệm căn bậc hai đã học từ lớp 7 với khái niệm căn bậc hai số học vừa giới thiệu và yêu cầu HS làm [?3] để củng cố về quan hệ đó.

Đáp

- Căn bậc hai số học của 64 là 8 , nên căn bậc hai của 64 là 8 và -8 .

- b) Căn bậc hai số học của 81 là 9, nên căn bậc hai của 81 là 9 và -9.
c) Căn bậc hai số học của 1,21 là 1,1, nên căn bậc hai của 1,21 là 1,1 và -1,1.

2. So sánh các căn bậc hai số học

- GV nhắc lại kết quả đã biết từ lớp 7 "Với các số a, b không âm, nếu $a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ ", rồi yêu cầu HS lấy ví dụ minh họa kết quả đó.
- GV giới thiệu khẳng định mới ở SGK và nêu định lí (SGK) tổng hợp cả hai kết quả trên.
- GV đặt vấn đề "Ứng dụng định lí để so sánh các số", giới thiệu ví dụ 2 (SGK) và yêu cầu HS làm [?4] để củng cố kĩ thuật nêu ở ví dụ 2.

Đáp

- a) $16 > 15$ nên $\sqrt{16} > \sqrt{15}$. Vậy $4 > \sqrt{15}$.
b) $11 > 9$ nên $\sqrt{11} > \sqrt{9}$. Vậy $\sqrt{11} > 3$.

- GV đặt vấn đề để giới thiệu ví dụ 3 và yêu cầu HS làm [?5] để củng cố kĩ thuật nêu trong ví dụ 3.

Đáp

- a) $1 = \sqrt{1}$, nên $\sqrt{x} > 1$ có nghĩa là $\sqrt{x} > \sqrt{1}$.
Với $x \geq 0$, ta có $\sqrt{x} > \sqrt{1} \Leftrightarrow x > 1$. Vậy $x > 1$.
b) $3 = \sqrt{9}$, nên $\sqrt{x} < 3$ có nghĩa là $\sqrt{x} < \sqrt{9}$.
Với $x \geq 0$, ta có $\sqrt{x} < \sqrt{9} \Leftrightarrow x < 9$. Vậy $0 \leq x < 9$.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

1. Với số 121, theo chú ý, ta tìm được số 11 (vì $11 \geq 0$ và $11^2 = 121$) là căn bậc hai số học của nó. Từ đó, ta có -11 cũng là căn bậc hai của 121.
Với các số còn lại, ta làm tương tự.
2. a) $2 = \sqrt{4}$. Theo định lí về so sánh các căn bậc hai số học, ta có $\sqrt{4} > \sqrt{3}$.
Vậy $2 > \sqrt{3}$.
b) $6 = \sqrt{36}$. Suy luận tương tự câu a), ta có $6 < \sqrt{41}$.
c) $7 = \sqrt{49}$. Suy luận tương tự câu a), ta có $7 > \sqrt{47}$.

3. a) Phương trình có hai nghiệm $x_1 = \sqrt{2}$ và $x_2 = -\sqrt{2}$. Dùng máy tính, ta tìm được $x_1 \approx 1,414$ và $x_2 \approx -1,414$.

Với các câu khác, ta làm tương tự.

4. a) Từ chú ý về căn bậc hai số học, ta có $x = 15^2$. Vậy $x = 225$.

b) Đưa về $\sqrt{x} = 7$. Sau đó lập luận như câu a), suy ra $x = 49$.

c) Với $x \geq 0$, ta có $\sqrt{x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow x < 2$. Vậy $0 \leq x < 2$.

d) $4 = \sqrt{16}$. Với $x \geq 0$, ta có

$$\sqrt{2x} < \sqrt{16} \Leftrightarrow 2x < 16 \Leftrightarrow x < 8. \text{ Vậy } 0 \leq x < 8.$$

5. Diện tích hình chữ nhật là $3,5 \cdot 14 = 49 (\text{m}^2)$, nên cạnh hình vuông là 7m (từ kết quả tính $\sqrt{49}$). Có thể nhẩm theo cách "hình học" như sau : "Cắt đôi" hình chữ nhật đã cho thành hai hình chữ nhật có chiều rộng 3,5m, chiều dài 7m và ghép được thành hình vuông cạnh 7m.

E. TÀI LIỆU BỔ SUNG

1. Với số a không âm, ta có thể có một hoặc hai căn bậc hai (đó là \sqrt{a} và $-\sqrt{a}$) nhưng chỉ có một căn bậc hai số học (đó là \sqrt{a}). Phép tương ứng mỗi số a không âm với căn bậc hai số học của nó thực chất cho ta một hàm số xác định trên tập hợp các số thực không âm \mathbf{R}_+ . Ta có thể ghi hàm số này bởi kí hiệu như sau :

$$\sqrt{} : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$$

$$a \mapsto \sqrt{a}.$$

(Nếu dùng cách ghi giá trị của hàm số f tại x là $f(x)$ thì ta có thể dùng kí hiệu $\sqrt{}$ để chỉ căn bậc hai số học của số a).

Trong toán học, hàm số trên còn được coi là một phép toán một ngôi trên tập hợp các số thực không âm \mathbf{R}_+ , vì với mỗi số thực không âm cho tương ứng với một và chỉ một số thực không âm \sqrt{a} . Phép cộng số thực là phép toán hai ngôi trên tập hợp số thực \mathbf{R} , vì với mỗi cặp số thực (a, b) ta xác định được một và chỉ một số thực c là tổng của a và b.

2. Trên một tập hợp số có quan hệ thứ tự và có cả phép toán thì vấn đề đặt ra là xem xét giữa chúng có quan hệ gì đặc biệt không ? Định lí "Với hai số a và b không âm, ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ " cho biết một liên hệ giữa phép khai phương và quan hệ nhỏ hơn (kí hiệu bởi " $<$ "). Các định lí về mối liên hệ giữa phép cộng (hoặc phép nhân) với thứ tự nêu ở lớp 8 cũng thuộc dạng quan hệ này.