

§2. Căn thức bậc hai và hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

- Biết cách tìm điều kiện xác định (hay điều kiện có nghĩa) của \sqrt{A} và có kĩ năng thực hiện điều đó khi biểu thức A không phức tạp (bậc nhất, phân thức mà tử hoặc mẫu là bậc nhất còn mẫu hay tử còn lại là hằng số hoặc bậc nhất, bậc hai dạng $a^2 + m$ hay $-(a^2 + m)$ khi m dương).
- Biết cách chứng minh định lí $\sqrt{a^2} = |a|$ và biết vận dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$ để rút gọn biểu thức.

B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

- SGK mô tả thuật ngữ "căn thức bậc hai" cho biểu thức cụ thể và sử dụng thuật ngữ đó cho các biểu thức có dạng \sqrt{A} . Kĩ năng tìm điều kiện xác định của căn thức bậc hai \sqrt{A} nói riêng, biểu thức chứa căn thức bậc hai nói chung sẽ được rèn luyện trong cả quá trình. Trong tiết này, HS cần nắm được cách tìm điều kiện xác định của \sqrt{A} là quy về giải bất phương trình dạng $A \geq 0$.
- Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$ có cơ sở là định lí $\sqrt{a^2} = |a|$. Định lí này cho biết một mối liên hệ giữa phép khai phương và phép bình phương. Đây là mối liên hệ xét trên tập hợp các số thực. Đẳng thức $(\sqrt{a})^2 = a$ (với $a \geq 0$) (suy từ nhận xét về căn bậc hai số học và dùng ở các bài tập 10 và 14) cho biết thêm một mối liên hệ giữa phép khai phương và phép bình phương. Mối liên hệ này xét trên tập hợp các số không âm. Đặc biệt, mối liên hệ $\sqrt{a^2} = |a|$ cho thấy "Bình phương một số, rồi khai phương kết quả đó, chưa chắc sẽ được số ban đầu" là cảnh báo cần thường xuyên nhắc HS để tránh sai lầm.

Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$ còn có thể coi là một trong các phép biến đổi cơ bản của căn thức bậc hai. Phép biến đổi này có tác dụng "bỏ dấu căn" của biểu thức $\sqrt{A^2}$ để đưa về biểu thức $|A|$.

- Phép chứng minh định lí trong bài không chỉ rèn luyện suy luận trong đại số mà còn củng cố định nghĩa, kí hiệu về căn bậc hai số học.
- Trong SGK có ghi " $A > 0$ " với A là biểu thức đại số, ta hiểu rằng biểu thức A nhận giá trị không âm (với giá trị nào đó của các chữ có trong A). Cũng hiểu tương tự với cách ghi " $A < 0$ ", " $A = 0$ ", " $A = B$ với B là biểu thức đại số", ...

C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Bài này được dạy trong 2 tiết : 1 tiết lý thuyết, 1 tiết luyện tập.

1. Căn thức bậc hai

- GV cho HS làm **[?1]**, sau đó giới thiệu thuật ngữ căn thức bậc hai, biểu thức lấy căn (trước hết là $\sqrt{25 - x^2}$, sau đó là \sqrt{A}).

Đáp. Xét tam giác ABC vuông tại B, theo định lí Py-ta-go, ta có

$$AB^2 + BC^2 = AC^2.$$

Suy ra $AB^2 = 25 - x^2$. Do đó $AB = \sqrt{25 - x^2}$.

- GV giới thiệu : \sqrt{A} xác định khi nào ? Nếu ví dụ 1, có phân tích theo giới thiệu ở trên.

- Cho HS làm **[?2]** để củng cố cách tìm điều kiện xác định.

Đáp. $\sqrt{5 - 2x}$ xác định khi $5 - 2x \geq 0$ tức là $x \leq 2,5$. Vậy khi $x \leq 2,5$ thì $\sqrt{5 - 2x}$ xác định.

2. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

- Cho HS làm **[?3]**.

Dáp

a	-2	-1	0	2	3
a^2	4	1	0	4	9
$\sqrt{a^2}$	2	1	0	2	3

- Cho HS quan sát kết quả trong bảng và nhận xét quan hệ $\sqrt{a^2}$ và a.
- GV giới thiệu định lí và hướng dẫn chứng minh.
- GV có thể hỏi thêm : Khi nào xảy ra trường hợp "Bình phương một số, rồi khai phương kết quả đó thì lại được số ban đầu" ?
- GV trình bày ví dụ 2 và nêu ý nghĩa : Không cần tính căn bậc hai mà vẫn tìm được giá trị của căn bậc hai (nhờ biến đổi về biểu thức không chứa căn bậc hai).

Cho HS nhẩm ngay kết quả bài tương tự ví dụ 2 (có thể dùng bài tập 7).

- GV trình bày câu a) ví dụ 3 và hướng dẫn HS làm câu b) ví dụ 3.
- GV có thể yêu cầu HS làm các câu a) và b) bài tập 8.
- GV giới thiệu câu a) và yêu cầu HS làm câu b) ví dụ 4. Sau đó cho HS làm nhanh các câu c) và d) bài tập 8.

3. Tiết luyện tập

Trong tiết này, GV có thể tiến hành như sau :

- Chữa các bài tập 9 và 10.
- Hướng dẫn HS làm các bài tập 11, 12 và 13 (mỗi bài chọn 2 câu làm tại lớp, 2 câu còn lại cho HS làm ở nhà).
- GV cho HS làm các câu a) và d) bài tập 14.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

6. a) Điều kiện $\frac{a}{3} \geq 0$, do đó $a \geq 0$;

b) $a \leq 0$; c) $a \leq 4$; d) $a \geq \frac{-7}{3}$.

7. a) 0,1 ; b) 0,3 ; c) -1,3 ; d) -0,16.

8. a) $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$ ($2 - \sqrt{3} > 0$ do $2 > \sqrt{3}$) ;
 b) $\sqrt{11} - 3$ (cân trình bày theo câu a)) ;
 c) $2a$; d) $3(2 - a)$.
9. Các câu a) và b) đưa về giải phương trình dạng $|x| = m$ (dạng đã quen từ lớp 7).
 a) $x_1 = 7$ và $x_2 = -7$.
 b) $x_1 = 8$ và $x_2 = -8$.
 c) Đưa về $|2x| = 6$, giải ra ta được $x_1 = 3$; $x_2 = -3$.
 d) Đưa về $|3x| = 12$, giải ra ta được $x_1 = 4$; $x_2 = -4$.
10. a) $(\sqrt{3} - 1)^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$.
 b) Dựa vào câu a), ta có

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1.$$
11. a) Thực hiện thứ tự các phép toán : khai phương, nhân hoặc chia, tiếp đến cộng hoặc trừ. Ta có $4 \cdot 5 + 14 : 7 = 22$.
 b) $36 : 18 - 13 = -11$; c) 3 ; d) 5 .
12. a) $x \geq -3,5$; b) $x \leq \frac{4}{3}$; c) $x > 1$; d) Mọi $x \in \mathbb{R}$.
13. a) $2|a| - 5a = -7a$ (với $a < 0$).
 b) $\sqrt{(5a)^2} + 3a = |5a| + 3a = 8a$ (với $a \geq 0$).
 c) $\sqrt{(3a^2)^2} + 3a^2 = |3a^2| + 3a^2 = 6a^2$ (có lập luận $3a^2 \geq 0$ nên $|3a^2| = 3a^2$).
 d) $5\sqrt{(2a^3)^2} - 3a^3 = 5|2a^3| - 3a^3 = -13a^3$ (với $a < 0$).
14. a) $x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$; b) $(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})$;
 c) $x^2 + 2\sqrt{3}x + (\sqrt{3})^2 = (x + \sqrt{3})^2$; d) $(x - \sqrt{5})^2$.
15. a) *Cách 1.* Đưa về $x^2 = 5$, viết ngay được $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$ (cửng cố định nghĩa căn bậc hai).

Cách 2. Biến đổi thành $x^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$ và đưa về phương trình tích $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$.

b) Đưa về phương trình tích $(x - \sqrt{11})^2 = 0$.

16. Sai lầm ở chỗ : Sau khi lấy căn bậc hai mỗi vế của đẳng thức phải được kết quả $|m - V| = |V - m|$ chứ không thể có $m - V = V - m$ (cần nhớ rằng $\sqrt{A^2} = |A|$).