

## §2. Tỉ số lượng giác của góc nhọn

### A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

- Nắm vững các công thức định nghĩa các tỉ số lượng giác của một góc nhọn. Hiểu được cách định nghĩa như vậy là hợp lí. (Các tỉ số này chỉ phụ thuộc vào độ lớn của góc nhọn  $\alpha$  mà không phụ thuộc vào từng tam giác vuông có một góc bằng  $\alpha$ ).
- Tính được các tỉ số lượng giác của ba góc đặc biệt  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  và  $60^\circ$ .
- Nắm vững các hệ thức liên hệ giữa các tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.
- Biết dựng góc khi cho một trong các tỉ số lượng giác của nó.
- Biết vận dụng vào giải các bài tập có liên quan.

### B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

- Đây là bài giới thiệu khái niệm trọng tâm của chương, đó là khái niệm *tỉ số lượng giác của góc nhọn*. Do đó việc dẫn dắt đến định nghĩa cần làm hết sức cẩn kẽ để HS hiểu được tính hợp lí của các công thức định nghĩa. Điều này thể hiện ở chỗ : Hai tam giác vuông có cùng số đo của một góc nhọn thì đồng dạng với nhau. Do đó các tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề, cạnh đối và cạnh huyền, cạnh kề và cạnh huyền của góc nhọn đang xét trong hai tam giác này tương ứng bằng nhau. Vì vậy, tỉ số lượng giác của một góc nhọn không phụ thuộc vào từng tam giác vuông có một góc bằng góc nhọn đã cho, mà chỉ phụ thuộc vào độ lớn của góc nhọn này.

- Các ví dụ trong bài là đơn giản. Nếu có thời gian nên để HS tự làm, GV hướng dẫn.

- Có nhiều cách dựng góc nhọn  $\alpha$  khi biết một tỉ số lượng giác của nó, song nhờ chú ý sau ví dụ 4, ta kết luận được các góc này bằng nhau.

### C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Bài này được dạy trong 3 tiết : 2 tiết lý thuyết, 1 tiết luyện tập.

#### 1. Chuẩn bị của HS

Ôn lại cách viết các hệ thức tỉ lệ giữa các cạnh của hai tam giác đồng dạng.

#### 2. Nêu tình huống dẫn đến bài mới

Trong một tam giác vuông, nếu biết hai cạnh thì có tính được các góc của nó hay không ? (Lưu ý : Không dùng thước đo góc).

#### 3. Các hoạt động

*Tiết 1.* Dẫn dắt để giới thiệu được định nghĩa, làm các ví dụ 1, 2.

- Kiểm tra bài cũ : Hai tam giác vuông ABC, A'B'C' có các góc nhọn B và B' bằng nhau. Hỏi hai tam giác vuông đó có đồng dạng với nhau hay không ? Nếu có, hãy viết các hệ thức tỉ lệ giữa các cạnh của chúng (mỗi vế là tỉ số giữa hai cạnh của cùng một tam giác).

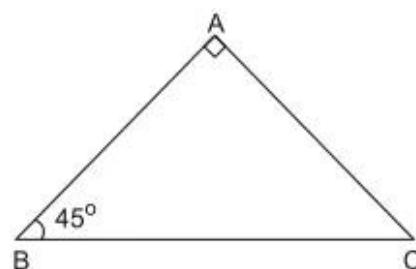
- Tiến hành bài giảng theo trình tự SGK.

- Lưu ý : Sử dụng kết quả kiểm tra bài cũ để đặt vấn đề cho bài học.

- *Gợi ý trả lời*

[?] a) (h.13) Khi  $\alpha = 45^\circ$ , tam giác ABC vuông cân tại A. Do đó  $AB = AC$ . Vậy  $\frac{AC}{AB} = 1$ .

Ngược lại, nếu  $\frac{AC}{AB} = 1$  thì  $AB = AC$  nên tam giác ABC vuông cân tại A. Do đó  $\alpha = 45^\circ$ .



Hình 13

b) (h.14) Khi  $\alpha = 60^\circ$ , lấy B' đối xứng với B qua AC, ta có tam giác ABC là một "nửa" tam giác đều CBB'.

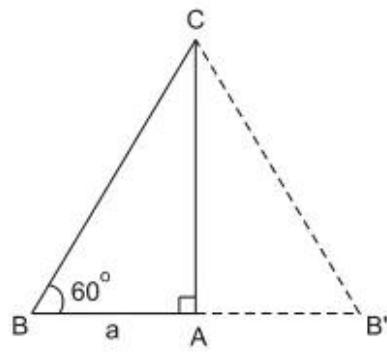
Trong tam giác vuông ABC, nếu gọi độ dài cạnh AB là a thì

$$BC = BB' = 2AB = 2a$$

và theo định lí Py-ta-go, ta có  $AC = a\sqrt{3}$ . Bởi vậy :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

Ngược lại, nếu  $\frac{AC}{AB} = \sqrt{3}$  thì, theo định lí Py-ta-go, ta có  $BC = 2AB$ . Do đó, nếu lấy  $B'$  đối xứng với  $B$  qua  $AC$  thì  $CB = CB' = BB'$ , tức là tam giác  $BB'C$  là tam giác đều, suy ra  $\hat{B} = 60^\circ$ .



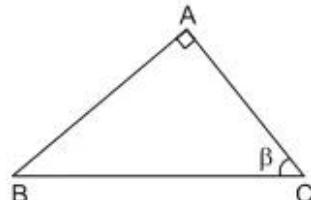
Hình 14

- Như vậy, từ các kết quả trên, ta nhận thấy : Khi độ lớn của  $\alpha$  thay đổi thì tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề của góc  $\alpha$  cũng thay đổi.

[?2] (h.15) khi  $\hat{C} = \beta$  thì

$$\sin \beta = \frac{AB}{BC}, \quad \cos \beta = \frac{AC}{BC},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{AB}{AC}, \quad \operatorname{cotg} \beta = \frac{AC}{AB}.$$



Hình 15

- Kết thúc tiết học bằng việc làm bài tập 10 để hướng dẫn HS cách thiết lập các tỉ số lượng giác của một góc nhọn khi cho số đo góc đó.

**Tiết 2.** Hướng dẫn HS làm các ví dụ 3, 4 ; hướng dẫn để HS tự rút ra định lí về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau, làm các ví dụ 5, 6, 7. Sau đó GV tổng kết các kết quả và giới thiệu bảng tỉ số lượng giác của các góc  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ .

• *Gợi ý trả lời*

[?3] Xem hình 18 SGK.

*Cách dựng.* Dựng góc vuông  $xOy$ , lấy một đoạn thẳng làm đơn vị. Trên tia  $Oy$  lấy điểm  $M$  sao cho  $OM = 1$ . Lấy  $M$  làm tâm, vẽ cung tròn bán kính 2. Cung tròn này cắt tia  $Ox$  tại  $N$ . Khi đó  $\widehat{ONM} = \beta$ .

*Chứng minh.* Thật vậy, tam giác  $OMN$  vuông tại  $O$  có  $OM = 1$  và  $MN = 2$  (theo cách dựng). Do đó

$$\sin \beta = \sin N = \frac{OM}{MN} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

[?4] Ta có  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Theo định nghĩa các tỉ số lượng giác của một góc nhọn, với hình 19 SGK, ta có

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}, \cos \alpha = \frac{AB}{BC}, \tan \alpha = \frac{AC}{AB}, \cot \alpha = \frac{AB}{AC};$$

$$\sin \beta = \frac{AB}{BC}, \cos \beta = \frac{AC}{BC}, \tan \beta = \frac{AB}{AC}, \cot \beta = \frac{AC}{AB}.$$

Từ đó rút ra :

$$\sin \alpha = \cos \beta \left( = \frac{AC}{BC} \right); \quad \cos \alpha = \sin \beta \left( = \frac{AB}{BC} \right);$$

$$\tan \alpha = \cot \beta \left( = \frac{AC}{AB} \right); \quad \cot \alpha = \tan \beta \left( = \frac{AB}{AC} \right).$$

- Kết thúc bài bằng việc làm các bài tập 11, 12.

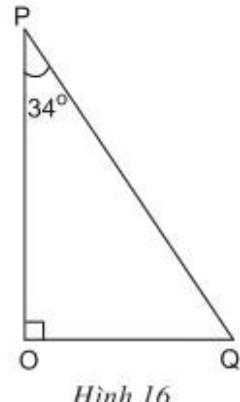
**Tiết 3.** Chữa các bài tập 13, 14, 15, 16, 17.

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

- 10.** Dựng một tam giác vuông có một góc nhọn bằng  $34^\circ$ , chẳng hạn tam giác vuông OPQ với  $\widehat{O} = 90^\circ$ ,  $\widehat{P} = 34^\circ$  (h.16). Khi đó

$$\sin 34^\circ = \sin P = \frac{OQ}{PQ}; \cos 34^\circ = \cos P = \frac{OP}{PQ};$$

$$\tan 34^\circ = \tan P = \frac{OQ}{OP}; \cot 34^\circ = \cot P = \frac{OP}{OQ}.$$



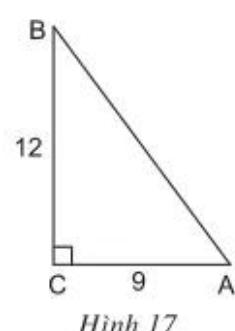
Hình 16

- 11.** (h.17)  $AC = 9\text{dm}$ ,  $BC = 12\text{dm}$ . Theo định lí Py-ta-go, ta có

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} \\ &= 15 \text{ (dm)}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}; \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5};$$

$$\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}; \cot B = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}.$$



Hình 17

Vì  $\widehat{A}$  và  $\widehat{B}$  là hai góc phụ nhau nên

$$\sin A = \cos B = \frac{4}{5}; \cos A = \sin B = \frac{3}{5};$$

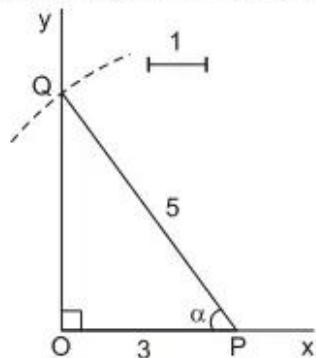
$$\operatorname{tg} A = \operatorname{cotg} B = \frac{4}{3}; \operatorname{cotg} A = \operatorname{tg} B = \frac{3}{4}.$$

12.  $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ;$        $\cos 75^\circ = \sin 15^\circ;$   
 $\sin 52^\circ 30' = \cos 37^\circ 30';$        $\operatorname{cotg} 82^\circ = \operatorname{tg} 8^\circ;$   
 $\operatorname{tg} 80^\circ = \operatorname{cotg} 10^\circ.$

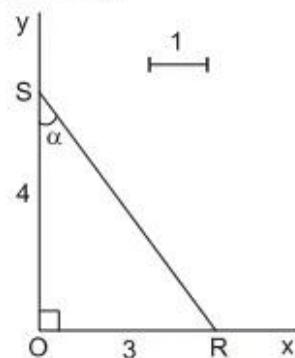
13. a) (h.18) Vẽ góc vuông  $xOy$ , lấy một đoạn thẳng làm đơn vị. Trên tia  $Oy$ , lấy điểm  $M$  sao cho  $OM = 2$ . Lấy  $M$  làm tâm, vẽ cung tròn bán kính 3. Cung tròn này cắt tia  $Ox$  tại  $N$ . Khi đó

$$\widehat{ONM} = \alpha.$$

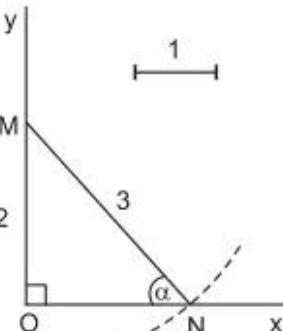
b), c), d) giải tương tự (xem hình 19).



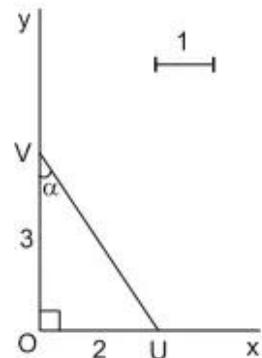
b)



c)



Hình 18



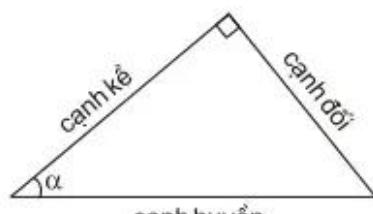
d)

Hình 19

14. Xét một tam giác vuông có một góc nhọn bằng  $\alpha$  (h.20).

$$a) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} = \frac{\text{cạnh huyền}}{\frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}} = \frac{\text{cạnh huyền}}{\frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$



Hình 20

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} \cdot \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}} = 1.$$

$$\begin{aligned} b) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= \frac{(\text{cạnh đối})^2}{(\text{cạnh huyền})^2} + \frac{(\text{cạnh kề})^2}{(\text{cạnh huyền})^2} \\ &= \frac{(\text{cạnh đối})^2 + (\text{cạnh kề})^2}{(\text{cạnh huyền})^2} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{(\text{cạnh huyền})^2} = 1. \end{aligned}$$

(Có thể xét một tam giác ABC vuông tại A có  $\hat{B} = \alpha$ , rồi lập các tỉ số lượng giác của góc B, sau đó cũng chứng minh tương tự như trên).

15. Ta có  $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$  nên  $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B = 1 - 0,8^2 = 0,36$ .

Mặt khác, do  $\sin B > 0$  nên từ  $\sin^2 B = 0,36$  suy ra  $\sin B = 0,6$ .

Do hai góc B và C phụ nhau nên  $\sin C = \cos B = 0,8$ ;  $\cos C = \sin B = 0,6$ .

Từ đó ta có

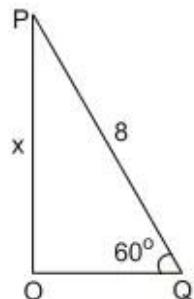
$$\operatorname{tg} C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{4}{3} \text{ và } \operatorname{cotg} C = \frac{3}{4}.$$

16. (h.21). Gọi độ dài cạnh đối diện với góc  $60^\circ$  của tam

giác vuông là x. Ta có  $\sin 60^\circ = \frac{x}{8}$ , suy ra

$$x = 8 \cdot \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}.$$

17.  $x = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29$ .



Hình 21