

§3. Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây

A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

– Nắm được các định lí về liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây trong một đường tròn.

– Biết vận dụng các định lí trên để so sánh độ dài hai dây, so sánh các khoảng cách từ tâm đến dây.

– Rèn luyện tính chính xác trong suy luận và chứng minh.

B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

Các định lí về liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây được áp dụng trong một đường tròn, ngoài ra cũng được áp dụng trong hai đường tròn bằng nhau (tức là hai đường tròn có bán kính bằng nhau).

C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1. Bài toán

- GV nêu bài toán.
- Gọi một HS chứng minh.

Hỏi. Hãy chứng minh phần *Chú ý*.

Đáp. Trường hợp có một dây là đường kính, chẳng hạn là AB, thì H trùng với O, ta có

$$OH = 0 \text{ và } HB^2 = R^2 = OK^2 + KD^2.$$

Trường hợp cả hai dây AB và CD đều là đường kính thì H và K đều trùng với O, ta có

$$OH = OK = 0 \text{ và } HB^2 = R^2 = KD^2.$$

2. Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây

- HS làm [?] a) (xem hình 68 SGK).

Đáp. Theo kết quả của bài toán, ta có

$$OH^2 + HB^2 = OK^2 + KD^2. \quad (1)$$

Do $AB \perp OH$, $CD \perp OK$ nên theo định lí về đường kính vuông góc với dây, ta có

$$AH = HB = \frac{1}{2} AB, CK = KD = \frac{1}{2} CD.$$

Nếu $AB = CD$ thì $HB = KD$. Suy ra

$$HB^2 = KD^2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $OH^2 = OK^2$, nên $OH = OK$.

• *Hỏi.* Hãy phát biểu kết quả nói trên thành một định lí.

Đáp. Trong một đường tròn, hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.

• HS làm [?] b).

Đáp. Nếu $OH = OK$ thì

$$OH^2 = OK^2. \quad (3)$$

Từ (1) và (3) suy ra $HB^2 = KD^2$, nên $HB = KD$. Do đó $AB = CD$.

• *Hỏi.* Hãy phát biểu kết quả nói trên thành một định lí.

Đáp. Trong một đường tròn, hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

• HS làm [?] a).

Đáp. $AB > CD \Rightarrow HB > KD \Rightarrow HB^2 > KD^2. \quad (4)$

Từ (1) và (4) suy ra $OH^2 < OK^2$, do đó $OH < OK$.

• *Hỏi.* Hãy phát biểu kết quả nói trên thành một định lí.

Đáp. Trong hai dây của một đường tròn, dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

• HS làm [?] b).

Đáp. $OH < OK \Rightarrow OH^2 < OK^2. \quad (5)$

Từ (1) và (5) suy ra $HB^2 > KD^2$, nên $HB > KD$. Do đó $AB > CD$.

• *Hỏi.* Hãy phát biểu kết quả nói trên thành một định lí.

Đáp. Trong hai dây của một đường tròn, dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

3. Củng cố

HS làm [?]3.

Đáp. a) $OE = OF$ nên $BC = AC$ (định lí 1b).

b) $OD > OE$, $OE = OF$ nên $OD > OF$. Suy ra $AB < AC$ (định lí 2b).

4. Hướng dẫn về nhà

Bài tập 12, 13.

5. Tiết luyện tập

- Chữa các bài tập 12, 13.
- Luyện tập tại lớp các bài tập 15, 16.

Lưu ý HS ở bài tập 15 :

Câu a) sử dụng kiến thức "Trong một đường tròn, dây lớn hơn thì gần tâm hơn" và áp dụng trong đường tròn nhỏ.

Câu b) sử dụng kiến thức "Trong một đường tròn, dây gần tâm hơn thì lớn hơn" và áp dụng trong đường tròn lớn.

- HS về nhà làm bài tập 14.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

12. (h.47)

a) Kẻ $OH \perp AB$. Ta có

$$AH = HB = \frac{AB}{2} = 4 \text{ (cm)}.$$

Áp dụng định lí Py-ta-go vào tam giác vuông OHB , ta tính được $OH = 3\text{cm}$.

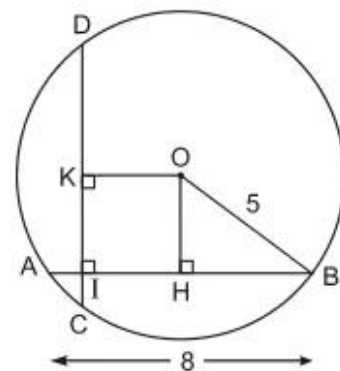
b) Kẻ $OK \perp CD$. Tứ giác $OHIK$ có

$$\widehat{H} = \widehat{I} = \widehat{K} = 90^\circ$$

nên nó là hình chữ nhật. Do đó

$$OK = IH = 4 - 1 = 3 \text{ (cm)},$$

suy ra $OH = OK$ nên $AB = CD$.



Hình 47

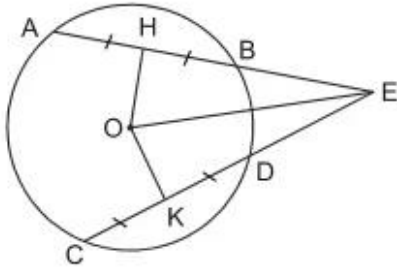
13. (h.48)

a) Ta có $HA = HB$, $KC = KD$ nên $OH \perp AB$, $OK \perp CD$. Vì $AB = CD$ nên $OH = OK$.

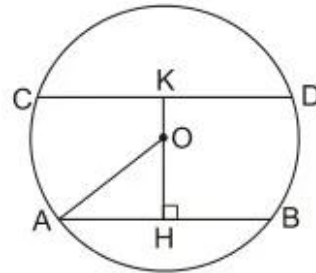
$\triangle OEH = \triangle OEK$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông), suy ra $EH = EK$. (1)

b) $AB = CD \Rightarrow HA = KC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $EA = EC$.



Hình 48



Hình 49

14. (h.49) Ta tính được khoảng cách OH từ O đến AB bằng 15cm. Gọi K là giao điểm của HO và CD . Do $CD \parallel AB$ nên $OK \perp CD$. Ta có

$$OK = HK - OH = 22 - 15 = 7 \text{ (cm)}.$$

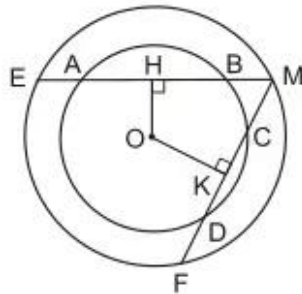
Từ đó tính được $CD = 48\text{cm}$.

15. (h.50)

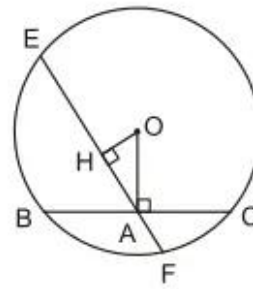
a) Trong đường tròn nhỏ : $AB > CD \Rightarrow OH < OK$.

b) Trong đường tròn lớn : $OH < OK \Rightarrow ME > MF$.

c) Trong đường tròn lớn : $ME > MF \Rightarrow MH > MK$.



Hình 50



Hình 51

16. (h.51) Kẻ $OH \perp EF$.

Trong tam giác OHA vuông tại H , ta có $OA > OH$. Suy ra $BC < EF$.

Chú ý. Có thể khai thác bài 16 dưới dạng bài toán cực trị : Qua điểm A nằm trong đường tròn (O) , dựng dây BC có độ dài nhỏ nhất.