

§4. Liên hệ giữa phép chia và phép khai phương

A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

- Nắm được nội dung và cách chứng minh định lí về liên hệ giữa phép chia và phép khai phương.
- Có kĩ năng dùng các quy tắc khai phương một thương và chia hai căn bậc hai trong tính toán và biến đổi biểu thức.

B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

- Để chứng minh định lí về liên hệ giữa phép chia và phép khai phương, SGK nêu ra cách chứng minh tương tự cách chứng minh định lí về liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương nhằm củng cố phương pháp chứng minh đó.

- Thực ra, có thể chứng minh định lí đó theo cách khác như sau :

- + Trước hết nhận thấy số $\frac{a}{b}$ xác định và không âm, còn \sqrt{b} xác định và dương.

- + Áp dụng định lí khai phương một tích cho hai số $\frac{a}{b}$ và b , ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b} \cdot b} = \sqrt{a}. \text{ Như vậy, ta có } \sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a}.$$

- + Từ đẳng thức $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a}$, chia hai vế cho số dương \sqrt{b} , ta được kết quả phải chứng minh.

Cách thứ hai để chứng minh định lí tương tự cách giải câu b) bài tập 31 (dùng quan hệ của hai phép tính ngược nhau : Phép trừ là phép tính ngược của phép cộng và phép chia là phép tính ngược của phép nhân).

C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Bài này được dạy trong 2 tiết : 1 tiết lí thuyết, 1 tiết luyện tập.

- Có thể thực hiện dạy học theo tiến trình nội dung SGK tương tự cách dạy bài về liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương.

• GV cũng nên giới thiệu quy ước gọi tên định lí ở mục 1 là định lí khai phương một thương hoặc định lí chia các căn bậc hai để tiện dùng.

• GV có thể tham khảo hướng dẫn trả lời các câu hỏi ở SGK như sau :

$$[?1] \quad \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad \left(\text{hoặc } \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{0,64} = \sqrt{(0,8)^2} = 0,8 = \frac{4}{5} \right);$$

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vậy } \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}.$$

$$[?2] \quad \text{a) } \sqrt{\frac{225}{256}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{256}} = \frac{15}{16}.$$

$$\text{b) } \sqrt{0,0196} = \sqrt{\frac{196}{10000}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{10000}} = \frac{14}{100} = 0,14.$$

$$[?3] \quad \text{a) } \frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} = \sqrt{\frac{999}{111}} = \sqrt{9} = 3.$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}} = \sqrt{\frac{52}{117}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 4}{13 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}.$$

$$[?4] \quad \text{a) } \sqrt{\frac{2a^2b^4}{50}} = \sqrt{\frac{a^2b^4}{25}} = \frac{\sqrt{a^2b^4}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{(ab^2)^2}}{5} = \frac{|a|b^2}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{2ab^2}}{\sqrt{162}} = \sqrt{\frac{2ab^2}{162}} = \sqrt{\frac{ab^2}{81}} = \frac{\sqrt{ab^2}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{ab^2}}{9} = \frac{|b|\sqrt{a}}{9}.$$

• Tiết luyện tập có thể thực hiện như sau :

+ Chữa bài tập 31. Sau đó GV lưu ý HS kết quả : Khai phương của hiệu hai số không âm a và b không chắc bằng hiệu của khai phương số a với khai phương số b.

+ Các bài tập 32, 33 và 34 nên cho HS làm tại lớp và GV chữa một nửa số câu của bài (nên là câu a) và c)). Các bài còn lại giao cho HS về làm ở nhà.

+ Bài tập 36 cho HS làm và trả lời ở lớp (về nhà ghi chi tiết cách giải).

+ Các bài tập 35 và 37 nên cho HS về làm ở nhà.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

28. a) $\frac{\sqrt{289}}{\sqrt{225}} = \frac{\sqrt{17^2}}{\sqrt{15^2}} = \frac{17}{15}$;

b) $\frac{8}{5}$;

c) $\sqrt{\frac{0,25}{9}} = \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{9}} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$;

d) $\sqrt{\frac{8,1}{1,6}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4}$.

29. a) $\sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$;

b) $\frac{1}{7}$;

c) 5 ;

d) 2.

30. a) Đưa về $\frac{y}{x} \cdot \frac{|x|}{y^2}$ rồi sử dụng giả thiết để rút gọn được $\frac{1}{y}$.

b) $-x^2y$;

c) $-\frac{25x^2}{y^2}$;

d) $\frac{0,8x}{y}$.

31. a) So sánh trực tiếp bằng cách tính kết quả.

b) Đưa về so sánh \sqrt{a} với $\sqrt{a-b} + \sqrt{b}$. Áp dụng kết quả bài tập 26 với hai số $(a-b)$ và b , ta sẽ được $\sqrt{a-b} + \sqrt{b} > \sqrt{(a-b)+b}$ hay $\sqrt{a-b} + \sqrt{b} > \sqrt{a}$. Từ đó suy ra kết quả.

32. a) Đưa về $\sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot 0,01}$ và khai phương một tích ba thừa số.

b) $\sqrt{1,44 \cdot (1,21 - 0,4)} = \sqrt{\frac{144}{100} \cdot \frac{81}{100}} = \frac{12}{10} \cdot \frac{9}{10} = 1,08$.

c) $\sqrt{\frac{41.289}{164}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2}$.

d) $\sqrt{\frac{73.225}{73.841}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{841}} = \frac{15}{29}$.

33. a) Đưa về $\sqrt{2} \cdot x = 5\sqrt{2}$. Suy ra $x = 5$;

b) Đưa về $\sqrt{3} \cdot x = 4\sqrt{3}$. Suy ra $x = 4$.

c) Áp dụng cách giải phương trình ở lớp 8 và biến đổi căn thức, ta có

$$\sqrt{3}x^2 = \sqrt{12} \Leftrightarrow x^2 = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{\frac{12}{3}} \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{4} \Leftrightarrow x^2 = 2.$$

Suy ra $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$.

d) Ta có

$$\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} \Leftrightarrow x^2 = 10.$$

Suy ra $x_1 = \sqrt{10}$; $x_2 = -\sqrt{10}$.

34. a) $ab^2 \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}} = ab^2 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a^2b^4}} = ab^2 \frac{\sqrt{3}}{|ab^2|}$. Do $a < 0$, nên $|ab^2| = -ab^2$.

Từ đó, ta có kết quả $-\sqrt{3}$.

b) $\sqrt{\frac{27(a-3)^2}{48}} = \sqrt{\frac{9(a-3)^2}{16}} = \frac{\sqrt{9(a-3)^2}}{\sqrt{16}} = \frac{3(a-3)}{4}$ (với $a > 3$).

c) $\sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{(3+2a)^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{(3+2a)^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{2a+3}{-b}$ (với $a \geq -1,5$; $b < 0$).

d) $(a-b) \cdot \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}} = (a-b) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{(a-b)^2}} = (a-b) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{|a-b|} = -\sqrt{ab}$

(với $a < b < 0$).

35. a) Đưa về $|x-3| = 9$. Ta có

$$x-3 = 9 \Leftrightarrow x = 12,$$

$$\text{hoặc } x-3 = -9 \Leftrightarrow x = -6.$$

Vậy $x_1 = 12$; $x_2 = -6$.

b) Đưa về $|2x+1| = 6$. Giải ra ta có $x_1 = 2,5$; $x_2 = -3,5$.

36. a) Đúng.

b) Sai, vì vế phải không có nghĩa.

c) Đúng. Có thêm ý nghĩa để ước lượng gần đúng giá trị $\sqrt{39}$.

d) Đúng. Do chia hai vế của bất phương trình cho cùng một số dương và không đổi chiều bất phương trình đó.

37. Tứ giác MNPQ có :

– Các cạnh bằng nhau và cùng bằng đường chéo của hình chữ nhật có chiều dài 2cm, chiều rộng 1cm. Do đó, độ dài cạnh của tứ giác là

$$\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ (cm)}.$$

– Các đường chéo bằng nhau và cùng bằng đường chéo của hình chữ nhật có chiều dài 3cm, chiều rộng 1cm. Do đó, độ dài đường chéo của tứ giác là

$$\sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \text{ (cm)}.$$

Từ kết quả trên, suy ra tứ giác MNPQ là hình vuông và do đó có diện tích là $(\sqrt{5})^2 = 5 \text{ (cm}^2\text{)}$.