

§4. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

– Nắm được ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn, các khái niệm tiếp tuyến, tiếp điểm. Nắm được định lí về tính chất của tiếp tuyến. Nắm được các hệ thức giữa khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng và bán kính đường tròn ứng với từng vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

– Biết vận dụng các kiến thức trong bài để nhận biết các vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

– Thấy được một số hình ảnh về vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn trong thực tế.

B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

• SGK cũ định nghĩa các vị trí của đường thẳng và đường tròn căn cứ vào hệ thức giữa d (khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng) và R (bán kính của đường tròn).

Một đường thẳng và một đường tròn chỉ có thể có 2, 1, 0 điểm chung. SGK mới căn cứ vào số điểm chung nói trên mà định nghĩa đường thẳng và đường tròn cắt nhau, tiếp xúc nhau, không giao nhau.

Việc định nghĩa các vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn căn cứ vào số điểm chung cũng nhất quán với việc căn cứ vào số điểm chung để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng, xét vị trí tương đối của hai đường tròn.

Với mỗi vị trí của đường thẳng và đường tròn, ta có một hệ thức giữa d và R là $d < R$ hoặc $d = R$ hoặc $d > R$.

• Các mệnh đề đảo của các tính chất trên được công nhận, không chứng minh (xem chứng minh các mệnh đề đó ở mục *Tài liệu bổ sung*).

Như vậy, ta có các định lí :

Đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau khi và chỉ khi $d < R$.

Đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau khi và chỉ khi $d = R$.

Đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau khi và chỉ khi $d > R$.

Mỗi định lí nói trên gồm hai phần thuận và đảo, chẳng hạn định lí thứ hai gồm hai định lí :

+ Thuận : Nếu đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau thì $d = R$.

+ Đảo : Nếu $d = R$ thì đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau.

Câu đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau có thể diễn đạt là đường thẳng a tiếp xúc với đường tròn (O) hoặc đường tròn (O) tiếp xúc với đường thẳng a . Cũng tương tự như vậy, đối với các câu đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau, đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.

C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1. Chuẩn bị của GV

Nếu có máy chiếu, GV có thể dùng hai bản trong, một bản trong vẽ đường tròn, một bản trong vẽ đường thẳng, rồi di chuyển một bản trong để cho đường thẳng "tiến dần" đến đường tròn (hoặc "xa dần" đường tròn) để minh họa vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

Cũng có thể vẽ sẵn một đường tròn trên bảng, rồi dùng một que thẳng di chuyển trên bảng để minh họa các vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

2. Ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

• HS trả lời [?1].

Đáp. Nếu đường thẳng và đường tròn có ba điểm chung trở lên thì đường tròn đi qua ba điểm thẳng hàng, vô lí.

• GV vẽ hình 71 SGK, giới thiệu vị trí đường thẳng và đường tròn *cắt nhau*, giới thiệu cát tuyến.

• HS làm [?2].

Đáp. Trong trường hợp đường thẳng a đi qua tâm O , khoảng cách từ O đến đường thẳng a bằng 0 nên $OH = 0 < R$.

Trong trường hợp đường thẳng a không đi qua tâm O , kẻ $OH \perp AB$. Xét tam giác OHB vuông tại H , ta có $OH < OB$ nên $OH < R$.

• GV sử dụng đồ dùng dạy học để đưa ra nhận xét : Nếu khoảng cách OH tăng lên thì khoảng cách giữa hai điểm A và B giảm đi. Khi hai điểm A và B trùng nhau thì đường thẳng a và đường tròn (O) chỉ có một điểm chung.

Từ đó chuyển sang mục *Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau*.

- GV vẽ hình 72a SGK, nêu vị trí đường thẳng và đường tròn *tiếp xúc nhau*. Giới thiệu các thuật ngữ : tiếp tuyến, tiếp điểm. Sau đó dùng ê-ke để kiểm tra rằng $OC \perp a$.

- GV gợi ý HS chứng minh H trùng với C, $OC \perp a$ và $OH = R$ như trong SGK.
- HS phát biểu kết quả trên thành định lí.
- GV ghi tóm tắt :

$$\begin{cases} a \text{ là tiếp tuyến của } (O) \\ C \text{ là tiếp điểm} \end{cases} \Rightarrow a \perp OC.$$

- GV vẽ hình 73 SGK, nêu vị trí đường thẳng và đường tròn *không giao nhau*.
- Gọi một HS so sánh khoảng cách OH từ O đến đường thẳng a và bán kính của đường tròn.

3. Hệ thức giữa khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng và bán kính của đường tròn

- GV ghi lại tóm tắt các kết quả đã có :

Đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau $\Rightarrow d < R$.

Đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau $\Rightarrow d = R$.

Đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau $\Rightarrow d > R$.

- GV nêu rõ : Các mệnh đề đảo của ba mệnh đề trên cũng đúng. GV ghi tiếp dấu mũi tên ngược (\Leftarrow) vào ba mệnh đề trên.
- Cho HS tự nghiên cứu bảng tóm tắt trong SGK. Có thể đặt câu hỏi, chẳng hạn : Nếu $d > R$ thì đường thẳng và đường tròn có vị trí tương đối như thế nào ?

4. Củng cố

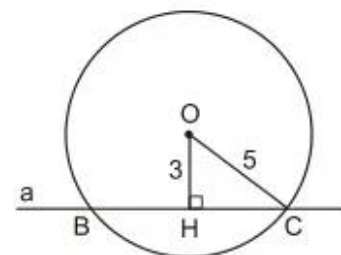
- HS làm [?]3 (h.52).

Đáp.

a) Đường thẳng a cắt đường tròn (O) vì $d < R$.

b) Kẻ $OH \perp BC$. Ta tính được $HC = 4\text{cm}$.

Vậy $BC = 8\text{cm}$.



Hình 52

5. Hướng dẫn về nhà

Bài tập 17, 18, 19, 20.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

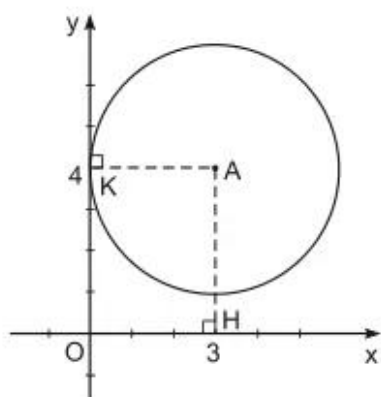
17.

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5cm	3cm	Cắt nhau
6cm	6cm	Tiếp xúc nhau
4cm	7cm	Không giao nhau

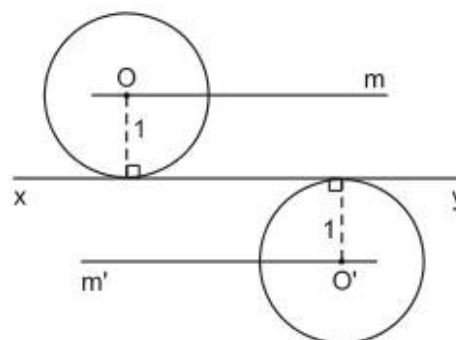
18. (h.53) Kẻ $AH \perp Ox$, $AK \perp Oy$. Bán kính của đường tròn tâm A là $R = 3$.

Do $AH = 4 > R$ nên đường tròn (A) và trục hoành không giao nhau.

Do $AK = 3 = R$ nên đường tròn (A) và trục tung tiếp xúc nhau.



Hình 53



Hình 54

19. (h.54) Gọi O là tâm của một đường tròn bất kì có bán kính bằng 1cm và tiếp xúc với đường thẳng xy. Khi đó khoảng cách từ O đến đường thẳng xy là 1cm. Tâm O cách đường thẳng xy cố định 1cm nên nằm trên hai đường thẳng m và m' song song với xy và cách xy là 1cm.

20. Áp dụng định lí Py-ta-go vào tam giác vuông AOB, ta tính được $AB = 8\text{cm}$.

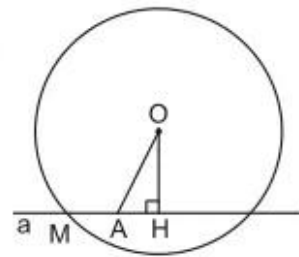
E. TÀI LIỆU BỔ SUNG

1. Vì lí do sơ phạm, trong mục 1, SGK nêu khẳng định sau mà không chứng minh :

Nếu đường thẳng a và đường tròn $(O ; R)$ không giao nhau thì khoảng cách từ O đến đường thẳng a lớn hơn R.

Chứng minh. Giả sử tồn tại một điểm của đường thẳng a nằm trên đường tròn (O) thì đường thẳng a và đường tròn (O) có điểm chung, trái với giả thiết.

Giả sử tồn tại một điểm A của đường thẳng a nằm bên trong đường tròn (O) (h.55). Ta có $OH \leq OA < R$. Trên đường thẳng a , ta lấy điểm M sao cho $HM = \sqrt{R^2 - OH^2}$ thì $OM^2 = OH^2 + HM^2 = R^2$ nên $OM = R$, tức là điểm M nằm trên đường tròn (O) , trái với giả thiết.



Hình 55

Vậy mọi điểm của đường thẳng a đều nằm ngoài đường tròn (O) . Do H thuộc đường thẳng a nên $OH > R$.

2. Từ vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn, ta có các hệ thức tương ứng :

$$\text{Đường thẳng } a \text{ và đường tròn } (O) \text{ cắt nhau} \Rightarrow d < R. \quad (1)$$

$$\text{Đường thẳng } a \text{ và đường tròn } (O) \text{ tiếp xúc nhau} \Rightarrow d = R. \quad (2)$$

$$\text{Đường thẳng } a \text{ và đường tròn } (O) \text{ không giao nhau} \Rightarrow d > R. \quad (3)$$

Ta chứng minh được các định lý đảo của (1), (2), (3) :

$$d < R \Rightarrow \text{đường thẳng } a \text{ và đường tròn } (O) \text{ cắt nhau.} \quad (4)$$

$$d = R \Rightarrow \text{đường thẳng } a \text{ và đường tròn } (O) \text{ tiếp xúc nhau.} \quad (5)$$

$$d > R \Rightarrow \text{đường thẳng } a \text{ và đường tròn } (O) \text{ không giao nhau.} \quad (6)$$

Chẳng hạn, chứng minh (4) như sau :

Giả sử đường thẳng a và đường tròn (O) không cắt nhau thì chúng tiếp xúc nhau hoặc không giao nhau.

Nếu chúng tiếp xúc nhau thì theo (2) ta có $d = R$, trái với giả thiết.

Nếu chúng không giao nhau thì theo (3) ta có $d > R$, trái với giả thiết.

Vậy đường thẳng a và đường tròn (O) phải cắt nhau.

Chứng minh các định lý đảo (5), (6) theo cách tương tự như trên.