

§7. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai (tiếp theo)

A. MỤC TIÊU

Qua bài này, HS cần :

- Biết cách khử mẫu của biểu thức lấy căn và trục căn thức ở mẫu.
- Bước đầu biết cách phối hợp và sử dụng các phép biến đổi trên.

B. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

- Kỹ thuật khử mẫu của biểu thức lấy căn được cho trong công thức

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{A \cdot B} \quad (\text{với } A, B \geq 0 \text{ và } B \neq 0).$$

- Mức độ phức tạp của việc trục căn thức ở mẫu được SGK ngầm giới hạn ở ba dạng ứng với ba loại ví dụ. Đó là các dạng : $\frac{1}{m\sqrt{A}}$; $\frac{1}{m\sqrt{A} + n}$; $\frac{1}{m\sqrt{A} + n\sqrt{B}}$. Các dạng phức tạp hơn dành cho HS khá, giỏi, GV có thể tham khảo sách Bài tập Toán 9 tập một.

C. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Bài này được dạy trong 2 tiết : 1 tiết lí thuyết, 1 tiết luyện tập.

- Trong tiết lí thuyết, GV có thể tổ chức dạy học cho mỗi phép biến đổi theo trình tự sau :

+ GV đặt vấn đề (có nêu tên phép biến đổi).

+ GV trình bày ví dụ.

+ Nêu công thức biến đổi tổng quát.

+ HS trả lời các $\boxed{?}$.

- GV chú ý :

+ Khi trình bày các ví dụ, đặc biệt là câu a), GV nên phân tích tên gọi phép biến đổi. Chẳng hạn, ở ví dụ 1 câu a) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ có biểu thức lấy căn với mẫu là 3,

$\frac{\sqrt{6}}{3}$ là biểu thức có chứa căn thức bậc hai nhưng biểu thức lấy căn không có mẫu số.

+ Khi HS làm câu b) ở [?1], GV lưu ý có thể giải theo hai cách

$$\text{Cách 1. } \sqrt{\frac{3}{125}} = \sqrt{\frac{3.125}{125.125}} = \frac{\sqrt{3.5.5^2}}{125} = \frac{5\sqrt{15}}{125} = \frac{\sqrt{15}}{25}.$$

$$\text{Cách 2. } \sqrt{\frac{3}{125}} = \sqrt{\frac{3.5}{125.5}} = \frac{\sqrt{3.5}}{\sqrt{25^2}} = \frac{\sqrt{15}}{25}.$$

• Gợi ý trả lời

$$[?1] \text{ c) } \sqrt{\frac{3}{2a^3}} = \sqrt{\frac{3.2a}{4a^4}} = \frac{\sqrt{6a}}{2a^2} \text{ (với } a > 0).$$

$$[?2] \text{ a) } \frac{5}{3\sqrt{8}} = \frac{5\sqrt{8}}{3.8} = \frac{5.2\sqrt{2}}{24} = \frac{5\sqrt{2}}{12} \left(\text{hoặc } \frac{5}{3\sqrt{8}} = \frac{5}{3.2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{12} \right);$$

$$\frac{2}{\sqrt{b}} = \frac{2\sqrt{b}}{b} \text{ (với } b > 0).$$

$$\text{b) } \frac{5}{5-2\sqrt{3}} = \frac{5(5+2\sqrt{3})}{(5-2\sqrt{3})(5+2\sqrt{3})} = \frac{25+10\sqrt{3}}{25-(2\sqrt{3})^2} = \frac{25+10\sqrt{3}}{13};$$

$$\frac{2a}{1-\sqrt{a}} = \frac{2a(1+\sqrt{a})}{1-a} \text{ (với } a \geq 0 \text{ và } a \neq 1).$$

$$\text{c) } \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = 2(\sqrt{7}-\sqrt{5});$$

$$\frac{6a}{2\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{6a(2\sqrt{a}+\sqrt{b})}{4a-b} \text{ (với } a > b > 0).$$

• Trong tiết luyện tập, GV có thể thực hiện theo trình tự :

- + Chữa các bài tập củng cố từng phép biến đổi riêng biệt.
- + Cho HS làm tại lớp bài tập 53 a) và d).
- + Cho HS làm một phần bài tập 54 (chọn biểu thức số và biểu thức chữ).
- + Cho HS làm một phần bài tập 56.
- + Các bài tập còn lại giao cho HS làm ở nhà.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

48. Vì tử và mẫu của các biểu thức lấy căn đều dương, nên có thể áp dụng quy tắc khai phương một thương rồi trục căn thức ở mẫu (và cả cách như SGK nêu). Ví dụ, với biểu thức $\sqrt{\frac{5}{98}}$, ta có :

$$\text{Cách 1. } \sqrt{\frac{5}{98}} = \frac{1}{98} \cdot \sqrt{5 \cdot 98} = \frac{7\sqrt{10}}{98} = \frac{\sqrt{10}}{14}.$$

$$\text{Cách 2. } \sqrt{\frac{5}{98}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{98}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{98}}{\sqrt{98} \cdot \sqrt{98}} = \frac{\sqrt{5} \cdot 7\sqrt{2}}{98} = \frac{\sqrt{10}}{14}.$$

Cách 3. Do $98 = 7^2 \cdot 2$ nên có thể thực hiện như sau :

$$\sqrt{\frac{5}{98}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{98}} = \frac{\sqrt{5}}{7\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{7 \cdot (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{10}}{14}.$$

49. $ab\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{ab}{|b|} \sqrt{ab}.$

$$\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{a}{|a| \cdot b} \sqrt{ab}. \text{ Thu gọn hơn, ta có kết quả : } \frac{\sqrt{ab}}{b} \text{ (nếu } a > 0, b > 0)$$

$$\text{hoặc } \frac{-\sqrt{ab}}{b} \text{ (nếu } a < 0, b < 0).$$

$$\sqrt{\frac{1}{b} + \frac{1}{b^2}} = \frac{\sqrt{b+1}}{|b|}.$$

$$\sqrt{\frac{9a^3}{36b}} = \frac{\sqrt{a^3b}}{2|b|} = \frac{|a|\sqrt{ab}}{2|b|} = \frac{a\sqrt{ab}}{2b}.$$

$$3xy\sqrt{\frac{2}{xy}} = 3xy \cdot \frac{\sqrt{2xy}}{xy} = 3\sqrt{2xy}. \text{ Có thể nhận xét } xy > 0, \text{ dùng cách đưa nhân tử } xy \text{ vào trong căn thức cũng được kết quả.}$$

50. $\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{1}{3\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{30}.$

$$\frac{2\sqrt{2} + 2}{5\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{5} \text{ (có thể nhân hoặc chia cả tử và mẫu của biểu thức ban$$

đầu cho $\sqrt{2}$);

$$\frac{y + b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y} + b}{b}.$$

$$51. \frac{3}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)}{2}; \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1;$$

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 7 + 4\sqrt{3}; \frac{b}{3 + \sqrt{b}} = \frac{b(3 - \sqrt{b})}{9 - b}; \frac{p}{2\sqrt{p} - 1} = \frac{p(2\sqrt{p} + 1)}{4p - 1}.$$

$$52. \frac{2}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} = 2(\sqrt{6} + \sqrt{5}); \frac{3}{\sqrt{10} + \sqrt{7}} = \sqrt{10} - \sqrt{7};$$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y}; \frac{2ab}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{2ab(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}.$$

$$53. \text{ b) } \frac{ab}{|ab|} \sqrt{1 + a^2b^2}. \text{ Rút gọn hơn, ta có kết quả } \sqrt{1 + a^2b^2} \text{ khi } ab > 0;$$

$$-\sqrt{1 + a^2b^2} \text{ khi } ab < 0.$$

$$\text{ c) } \frac{1}{b^2} \sqrt{ab + a}.$$

d) GV nên nêu hai cách giải để thấy rằng làm cách 2 gọn hơn.

$$\begin{aligned} \text{Cách 1. } \frac{a + \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} &= \frac{(a + \sqrt{ab})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \\ &= \frac{a\sqrt{a} + \sqrt{a^2b} - a\sqrt{b} - \sqrt{ab^2}}{a - b} = \frac{\sqrt{a}(a - b)}{a - b} = \sqrt{a}. \end{aligned}$$

$$\text{Cách 2. } \frac{a + \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a}.$$

54. *Gợi ý.* HS được làm cả hai cách như bài 53 d) với mỗi câu. Sau đó nên nhận xét nên làm theo cách thứ hai: Phân tích tử thành nhân tử để rút gọn nhân tử đó với mẫu. Cách này thích hợp hơn vì trục căn thức ở mẫu rồi rút gọn sẽ phải thực hiện nhiều phép nhân.

55. a) $(\sqrt{a} + 1)(b\sqrt{a} + 1)$;

b) $(x - y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})$.

56. Biến đổi đưa thừa số vào trong dấu căn để so sánh (số nào lấy căn lớn hơn thì căn của số đó lớn hơn). Kết quả sắp xếp theo thứ tự tăng dần :

a) $2\sqrt{6}$, $\sqrt{29}$, $4\sqrt{2}$, $3\sqrt{5}$;

b) $\sqrt{38}$, $2\sqrt{14}$, $3\sqrt{7}$, $6\sqrt{2}$.

57. Chọn (D).

HS có thể chọn nhầm (A), do biến đổi nhầm về trái để có $(25 - 16) \cdot \sqrt{x} = 9$.

HS có thể chọn nhầm (B), do biến đổi nhầm về trái để có $\sqrt{25 - 16} \cdot x = 9$.

HS có thể chọn nhầm (C), do biến đổi nhầm về trái để có $\sqrt{(25 - 16)x} = 9$.