

§3

NHỊ THỨC NIU-TƠN (1 tiết)

A. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

- Viết thành thạo công thức nhị thức Niu-ton.
- Sử dụng công thức đó vào việc giải toán.
- Tính được các hệ số của khai triển nhanh chóng bằng công thức hoặc bằng tam giác Pa-xcan.

B. NỘI DUNG BÀI HỌC

Trong hoạt động  1, học sinh có thể sử dụng hệ thức :

$$(a + b)^4 = (a^2 + 2ab + b^2)^2 \text{ hoặc } (a + b)^4 = (a + b)(a + b)^3$$

để dẫn ra công thức $(a + b)^4$.

Để thống nhất, ta nên dùng công thức (1) trong SGK với cách viết gọn là $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$. Tuy nhiên, do $(a+b)^n = (b+a)^n$, học sinh có thể viết

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}.$$

Nếu quy ước khai triển nhị thức Niu-ton theo công thức (1) thì số hạng thứ k của khai triển là $C_n^{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1}$.

Lưu ý. Trong công thức nhị thức Niu-ton, ta quy ước $a^0 = b^0 = 1$ vì học sinh chưa được biết kết quả này khi a và b là những số thực (ta chỉ áp dụng công thức này khi a và b khác 0).

Hoạt động 2 được giải như sau :

a) $1 + 2 + 3 + 4 = (C_2^0 + C_2^1) + C_3^2 + C_4^3 = (C_3^1 + C_3^2) + C_4^3 = C_4^2 + C_4^3 = C_5^3 = C_5^2$.

b) Tương tự.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & 1 & & & \\
 & & & & 1 & + & 2 & & 1 \\
 & & & & 1 & 3 & + & 3 & 1 \\
 & & & & 1 & 4 & 6 & + & 4 \\
 & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
 & & & & 1 & & & & & \\
 \end{array}$$

C. BÀI TẬP

1. a) $(a+2b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 \cdot 2b + C_5^2 a^3 (2b)^2 + C_5^3 a^2 (2b)^3 + C_5^4 a (2b)^4 + C_5^5 (2b)^5$
 $= a^5 + 10a^4b + 40a^3b^2 + 80a^2b^3 + 80ab^4 + 32b^5$.
- b) $(a-\sqrt{2})^6 = C_6^0 a^6 + C_6^1 a^5 (-\sqrt{2}) + C_6^2 a^4 (-\sqrt{2})^2 + C_6^3 a^3 (-\sqrt{2})^3 +$
 $+ C_6^4 a^2 (-\sqrt{2})^4 + C_6^5 a (-\sqrt{2})^5 + C_6^6 (-\sqrt{2})^6$
 $= a^6 - 6\sqrt{2}a^5 + 30a^4 - 40\sqrt{2}a^3 + 60a^2 - 24\sqrt{2}a + 8$.

$$c) \left(x - \frac{1}{x}\right)^{13} = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{13-2k}.$$

2. Hệ số của x^3 trong khai triển là $2C_6^1 = 12$.

3. Đáp số: $n = 5$.

4. Giả sử hạng tử cần tìm là

$$C_8^k (x^3)^{8-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_8^k x^{24-4k}.$$

Vì hạng tử không chứa x nên $24 - 4k = 0$ hay $k = 6$.

Vậy hạng tử đó là $C_8^6 = 28$.

5. Tổng các hệ số của đa thức $(3x - 4)^{17}$ là

$$(3 \cdot 1 - 4)^{17} = (-1)^{17} = -1.$$

$$\begin{aligned} 6. \quad a) 11^{10} - 1 &= (1 + 10)^{10} - 1 = (1 + C_{10}^1 10 + C_{10}^2 10^2 + \dots + C_{10}^9 10^9 + 10^{10}) - 1 \\ &= (10^2 + C_{10}^2 10^2 + \dots + C_{10}^9 10^9 + 10^{10}) : 100. \end{aligned}$$

b) Tương tự câu a).

$$\begin{aligned} c) (1 + \sqrt{10})^{100} &= 1 + C_{100}^1 \sqrt{10} + C_{100}^2 (\sqrt{10})^2 + \dots + C_{100}^{99} (\sqrt{10})^{99} + (\sqrt{10})^{100}, \\ (1 - \sqrt{10})^{100} &= 1 - C_{100}^1 \sqrt{10} + C_{100}^2 (\sqrt{10})^2 - \dots - C_{100}^{99} (\sqrt{10})^{99} + (\sqrt{10})^{100}, \\ \sqrt{10} \left[(1 + \sqrt{10})^{100} - (1 - \sqrt{10})^{100} \right] &= 2\sqrt{10} \left[C_{100}^1 \sqrt{10} + \dots + C_{100}^{99} (\sqrt{10})^{99} \right] \\ &= 2 \left[10C_{100}^1 + \dots + 10^{50} C_{100}^{99} \right] \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$