§4 PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ (2 tiết)

A. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

– Hình thành các khái niệm quan trọng ban đầu : phép thử, kết quả của phép thử và không gian mẫu.

– Biết cách biểu diễn biến cố bằng lời và bằng tập hợp.

– Nắm được ý nghĩa xác suất của biến cố, các phép toán trên các biến cố.

B. NỘI DUNG BÀI HỌC

I – PHÉP THỬ, KHÔNG GIAN MẪU

Khái niệm phép thử không được định nghĩa, chỉ minh hoạ bằng các ví dụ. Giáo viên cần nêu nhiều ví dụ để minh hoạ.

Cần chú ý rằng hầu hết các phép thử là phép thử ngẫu nhiên nhưng để cho gọn, ta gọi tắt là phép thử.

Để giải các bài toán tính xác suất, ta phải mô tả không gian mẫu càng cụ thể càng tốt. Nếu có thể liệt kê được các phần tử của nó là tốt nhất. Vì khi đó, các biến cố sẽ được mô tả rõ ràng hơn.

Hoạt động **1** để bổ sung thêm vào các ví dụ về phép thử và không gian mẫu. Có thể thực hiện như sau :

Ta kí hiệu k là kết quả "Con súc sắc xuất hiện mặt k chấm", $k = 1, 2, ..., 6$. Như vậy, tập hợp các kết quả của phép thử là $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. (Đây chính là kết quả của **1**).

Tập này được gọi là không gian mẫu.

Trong nhiều tài liệu, người ta còn kí hiệu tập đó là

$$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}.$$

Mỗi kết quả của phép thử được biểu diễn bởi một và chỉ một phần tử của không gian mẫu và ngược lại.

Cần lưu ý rằng, mỗi phép thử đều có một không gian mẫu tương ứng. Không gian mẫu được sử dụng để mô tả mọi biến cố gắn liền với phép thử nên có thể nói nó là mô hình toán của phép thử.

Khi dạy phần này, giáo viên cần trình bày nhiều ví dụ mô tả khái niệm không gian mẫu để học sinh biết cách mô tả chúng. Khi dạy Ví dụ 3, giáo viên có thể kẻ bảng vuông để mô tả không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) \mid 1 \le i, j \le 6\}.$$

II – BIẾN CỐ

Khái niệm biến cố rất quan trọng trong toàn bộ chương. Nó được hình thành qua Ví dụ 4. Đầu tiên, biến cố liên quan đến phép thử được mô tả bằng lời. Sau đó đồng nhất nó với tập con tương ứng của không gian mẫu.

Đây là khâu tế nhị và quan trọng để học sinh có thể dùng các công cụ của lí thuyết tập hợp để nghiên cứu. Từ đó dẫn đến khái niệm biến cố là một tập con của không gian mẫu.

Tuy nhiên, trong lí thuyết xác suất hiện đại với không gian mẫu có nhiều hơn đếm được phần tử thì không phải mọi tập con của không gian mẫu đều là biến cố.

Tuy biến cố được hiểu là một tập con của không gian mẫu nhưng không nên máy móc như vậy. Nó có đặc trưng định tính quan trọng là nó có thể xảy ra hoặc không xảy ra khi phép thử được tiến hành. Vì khi thực hiện phép thử, một kết quả cụ thể xuất hiện. Nó có thể thuộc vào tập A hoặc không. Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi kết quả đó thuộc A. Kết quả này được gọi là kết quả thuận lợi cho A. Về phương diện toán học người ta đã đồng nhất A với tập hợp các kết quả thuận lợi cho nó.

Giả sử A và B là hai biến cố. Khi đó :

a) $A \cap \overline{B}$ là biến cố : "Chỉ A xảy ra".

b) $A \cup B$ là biến cố : "Ít nhất một trong hai biến cố A, B xảy ra".

c) $A \cap B$ là biến cố : "Cả hai biến cố A và B cùng xảy ra".

d) $\overline{A} \cap \overline{B}$ là biến cố : "Cả hai biến cố A và B không xảy ra".

e) $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$ là biến cố : "Chỉ một trong hai biến cố A hoặc B xảy ra".

C. BÀI TẬP

1. a) Kết quả của ba lần gieo là một dãy có thứ tự các kết quả của từng lần gieo. Do đó

$\Omega = \{SSS, SSN, NSS, SNS, NNS, NSN, SNN, NNN\}$.

b) $A = \{SSS, SSN, SNS, SNN\}$.

$B = \{SNN, NSN, NNS\}$.

$C = \{NNN, NNS, SNN, NSN, NSS, SSN, SNS\} = \Omega \setminus \{SSS\}$.

2. a) Không gian mẫu là tập hợp các kết quả của hai hành động (hai lần gieo). Do đó

$$\Omega = \{(i, j) \mid 1 \le i, j \le 6\}.$$

b) A là biến cố : "Lần gieo đầu xuất hiện mặt 6 chấm" ;

B là biến cố : "Tổng số chấm trong hai lần gieo là 8" ;

C là biến cố : "Kết quả của hai lần gieo như nhau".

3. a) $\Omega = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$.

b) $A = \{(1, 3), (2, 4)\}$;

$B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\} = \Omega \setminus \{(1, 3)\}$.

4. a) $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2}$; $B = A_1 \cap A_2$;

$C = (A_1 \cap \overline{A_2}) \cup (\overline{A_1} \cap A_2)$; $D = A_1 \cup A_2$.

b) $\overline{D}$ là biến cố : " Cả hai người đều bắn trượt". Như vậy, $\overline{D} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = A$.

Hiển nhiên $B \cap C = \varnothing$, nên B và C xung khắc.

5. a) Không gian mẫu Ω được mô tả bởi tập $\Omega = \{1, 2, ..., 10\}$.

b) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ là biến cố : "Lấy được thẻ màu đỏ" ;

$B = \{7, 8, 9, 10\}$ là biến cố : "Lấy được thẻ màu trắng" ;

$C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ là biến cố : "Lấy được thẻ ghi số chẵn".

6. a) Không gian mẫu được mô tả như sau

$$\Omega = \{S, NS, NNS, NNNS, NNNN\}.$$

b) $A = \{S, NS, NNS\}$.

$B = \{NNNS, NNNN\}$.

7. a) Vì việc lấy là ngẫu nhiên liên tiếp hai lần mỗi lần một quả và xếp thứ tự nên mỗi lần lấy ta được một chỉnh hợp chập 2 của 5 chữ số. Vậy không gian mẫu bao gồm các chỉnh hợp chập 2 của 5 chữ số và được mô tả như sau

$\Omega = \{12, 21, 13, 31, 14, 41, 15, 51, 23, 32, 24, 42, 25, 52, 34, 43, 35, 53, 45, 54\}$.

b) $A = \{12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45\}$;

$B = \{21, 42\}$;

$C = \varnothing$.