

Đề kiểm tra chương I (tham khảo)

ĐỀ SỐ 1 (45 phút)

Câu 1. (4 điểm)

a) Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2 + \cos x}{1 + \sin x}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2 \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) - 3$.

Câu 2. (3 điểm) Giải phương trình $\frac{3 \sin x}{1 + \cos x} = 0$.

Câu 3. (3 điểm) Giải phương trình

$$4 \sin^2 x + 2 \sin 2x + 2 \cos^2 x = 1.$$

Đáp án

Câu 1. (4 điểm)

a) Vì $2 + \cos x > 0$ và $1 + \sin x \geq 0 \forall x$, nên điều kiện là

$$1 + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

b) Vì $-1 \leq \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right)$ nên $f(x) \geq -5$.

$$f(x) = -5 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{\pi}{5} = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{13\pi}{5} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(x) = -5$ đạt được khi và chỉ khi

$$x = \frac{13\pi}{5} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2. (3 điểm) Điều kiện : $\cos x \neq -1$.

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Những giá trị của k làm cho $\cos x = -1$ là $k = 2m + 1$.

Vậy nghiệm là $x = m2\pi, m \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. (3 điểm) Dễ thấy những giá trị x làm cho $\cos x = 0$ không nghiệm đúng phương trình (vế trái bằng 4, vế phải bằng 1).

Chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$, ta được

$$4 \tan^2 x + 4 \tan x + 2 = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow 4 \tan^2 x + 4 \tan x + 2 = 1 + \tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow 3 \tan^2 x + 4 \tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Tập nghiệm là

$$\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

ĐỀ SỐ 2 (45 phút)

Câu 1. (4 điểm)

a) Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{5}\right)$.

b) Xác định giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3 + \cos^2 x}$ và tìm tập các giá trị của x tại đó y đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2. (3 điểm)

a) Giải phương trình $\frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x}{\sin x - \cos \frac{\pi}{4}} = 0$.

b) Giải phương trình

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \cos x.$$

Câu 3. (3 điểm). Giải phương trình

$$5 \sin x + 4 \cos x = 5.$$

Đáp án

Câu 1. (4 điểm)

a) Điều kiện :

$$2x + \frac{\pi}{5} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 2x \neq \frac{3\pi}{10} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{20} + k\frac{\pi}{2}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là

$$D = \setminus \left\{ \frac{3\pi}{20} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

b) Giá trị lớn nhất của hàm số là 2 đạt được khi và chỉ khi

$$\cos^2 x = 1 \text{ hay } \cos x = \pm 1 \Leftrightarrow x = k\pi.$$

Câu 2. (3 điểm)

a) Điều kiện : $\sin x \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x}{\sin x - \cos \frac{\pi}{4}} = 0 \Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x + \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Giá trị này thoả mãn điều kiện của phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình là

$$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{b) } \sin^3 x + \cos^3 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin^3 x + \cos x(\cos^2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x - \cos x \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x(\sin x - \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \tan x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi. \end{cases}$$

Câu 3. (3 điểm)

$$5 \sin x + 4 \cos x = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{41}} \sin x + \frac{4}{\sqrt{41}} \cos x = \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha + k2\pi \\ x + \alpha = \frac{\pi}{2} + \alpha + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 2\alpha + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\text{(với } \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} ; \sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}).$$