

Đề kiểm tra chương V (tham khảo)

ĐỀ SỐ 1 (45 phút)

Câu 1. (3 điểm)

a) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a ; b)$.

Nêu định nghĩa đạo hàm của hàm số đã cho tại điểm $x_0 \in (a ; b)$.

b) Bằng định nghĩa, tìm đạo hàm của hàm số

$$f(x) = -x^2 + 2 \quad (C)$$

tại điểm $x_0 = \frac{1}{2}$.

Câu 2. (4 điểm) Cho hàm số

$$f(x) = x^3 - 2x + 3. \quad (C)$$

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ $y_0 = 3$.

Câu 3. (3 điểm) Cho $f(x) = 3(x + 1) \cos x$.

a) Tính $f'(x), f''(x)$.

b) Tính $f''(\pi), f''\left(\frac{\pi}{2}\right), f''(1)$.

Đáp án

Câu 1. (3 điểm)

b) $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -1$.

Câu 2. (4 điểm)

a) $f(-1) = 4, f'(-1) = 1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là

$$y - 4 = x + 1 \Leftrightarrow y = x + 5.$$

b) Giải phương trình :

$$x^3 - 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}. \end{cases}$$

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2$.

Với $x = 0$, phương trình tiếp tuyến là

$$y - 3 = -2x \Leftrightarrow y = -2x + 3.$$

Với $x = \sqrt{2}$, phương trình tiếp tuyến là

$$y = 4x + 3 - 4\sqrt{2}.$$

Với $x = -\sqrt{2}$, phương trình tiếp tuyến là

$$y = 4x + 3 + 4\sqrt{2}.$$

Câu 3. (3 điểm)

a) $f'(x) = 3\cos x - 3(x + 1)\sin x$;

$$f''(x) = -6\sin x - 3(x + 1)\cos x.$$

b) $f''(\pi) = 3(\pi + 1)$,

$$f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -6 ;$$

$$f''(1) = -6(\sin 1 + \cos 1).$$

ĐỀ SỐ 2 (45 phút)

Câu 1. (3 điểm) Tính đạo hàm của các hàm số sau :

a) $f(x) = \frac{\sin x^2}{x}$;

b) $g(x) = (x - 2)\sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 2. (4 điểm)

a) Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Tính

$$f''\left(-\frac{\pi}{2}\right), f''(0), f''\left(\frac{\pi}{9}\right).$$

b) Cho hàm số $g(x) = x\sin 2x$. Tính đạo hàm cấp hai của $g(x)$ và tính $g''(0)$.

Câu 3. (3 điểm) Cho hàm số

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}. \quad (C)$$

Viết phương trình của đường thẳng d song song với đường thẳng

$$y = \frac{x-2}{2}$$

và tiếp xúc với đồ thị (C).

Đáp án

Câu 1. (3 điểm)

a) $f'(x) = \frac{2x^2 \cos x^2 - \sin x^2}{x^2}$;

b) $g'(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Câu 2. (4 điểm)

a) Vì $f''(x) = (\cos 3x)'' = -9 \cos 3x$ nên

$$f''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 ; f''(0) = -9 ; f''\left(\frac{\pi}{9}\right) = -\frac{9}{2}.$$

b) $g''(x) = 4 \cos 2x - 4x \sin 2x$; $g''(0) = 4$.

Câu 3. (3 điểm) Đường thẳng d có hệ số góc là $\frac{1}{2}$, suy ra :

$$f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = 4 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = \pm 2 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$$

Có hai tiếp tuyến :

$$y - f(1) = \frac{1}{2}(x-1) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}(x-1) ;$$

$$y - f(-3) = \frac{1}{2}(x+3) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}.$$